А.Н. Огурцов

ФИЗИКА ДЛЯ СТУДЕНТОВ

Часть 3

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

OUTLINE of PHYSICS for STUDENTS

https://sites.google.com/site/anogurtsov/lectures/phys/

2016

Электростатика

Электростатика – раздел учения об электричестве, изучающий взаимодействие неподвижных электрических зарядов и свойства постоянного электрического поля.

1. Электрический заряд

Электрический заряд – это *внутреннее свойство* тел или частиц, характеризующее их способность к электромагнитным взаимодействиям.

Единица электрического заряда – кулон (Кл) – электрический заряд, проходящий через поперечное сечение проводника при силе тока 1 ампер за время 1 секунда.

Существует ***элементарный*** (минимальный) ***электрический заряд***

$$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}.$$

Носитель элементарного отрицательного заряда – ***электрон.*** Его масса $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг. Носитель элементарного положительного заряда – ***протон.*** Его масса $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг.

Фундаментальные свойства электрического заряда установленные опытным путём.

- Существует в двух видах: ***положительный*** и ***отрицательный***. Одноименные заряды отталкиваются, разноимённые – притягиваются.
- Электрический заряд ***инвариантен*** – его величина не зависит от системы отсчёта, т. е. от того, движется он или покоится.
- Электрический заряд ***дискретен*** – заряд любого тела составляет целое кратное от элементарного электрического заряда e.
- Электрический заряд ***аддитивен*** – заряд любой системы тел (частиц) равен сумме зарядов тел (частиц), входящих в систему.
- Электрический заряд подчиняется ***закону сохранения заряда***: Алгебраическая сумма электрических зарядов любой замкнутой системы остаётся неизменной, какие бы процессы ни происходили внутри данной системы.

Под замкнутой системой в данном случае понимают систему, которая не обменивается зарядами с внешними телами.

В электростатике используется физическая модель – ***точечный электрический заряд*** **–** заряженное тело, форма и размеры которого несущественны в данной задаче.

2. Закон Кулона

Закон взаимодействия точечных зарядов – ***закон Кулона***: сила взаимодействия F между двумя неподвижными точечными зарядами, *находящимися в вакууме*, пропорциональна зарядам q_1 и q_2, и обратно пропорциональна квадрату расстояния r между ними

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}.$$

Сила $\vec{F}$ направлена вдоль прямой, соединяющей взаимодействующие заряды, т. е. является центральной, и соответствует притяжению $(F < 0)$ в случае разноимённых зарядов и отталкиванию $(F > 0)$ в случае одноименных зарядов. В векторной форме, сила, действующая на заряд q_1 со стороны заряда q_2:

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\frac{\vec{r}_{12}}{r}.$$

На заряд q_2 со стороны заряда q_1 действует сила $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$.

ε_0 – *электрическая постоянная*, относящаяся к числу фундаментальных физических постоянных:

$$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}\,\frac{\text{Кл}^2}{\text{Н}\cdot\text{м}^2} \quad \text{или} \quad \varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}\,\frac{\Phi}{\text{м}}. \quad \text{Тогда} \quad \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\cdot 10^9\,\frac{\text{м}}{\Phi},$$

где **фарад (Ф)** – единица электрической ёмкости (см. п. 21).

Если взаимодействующие заряды находятся в изотропной среде, то кулоновская сила:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2},$$

где ε – ***диэлектрическая проницаемость среды*** – безразмерная величина, показывающая во сколько раз сила взаимодействия F между зарядами в данной среде меньше их силы взаимодействия F_0 в вакууме

$$\varepsilon = \frac{F_0}{F}.$$

Диэлектрическая проницаемость вакуума $\varepsilon_{вак} = 1$. Подробнее диэлектрики и их свойства будут рассмотрены ниже (п. 15).

Всякое заряженное тело можно рассматривать как *совокупность* точечных зарядов, аналогично тому, как в механике всякое тело можно считать совокупностью материальных точек. Поэтому *электростатическая сила*, с которой одно заряженное тело действует на другое, равна *геометрической сумме сил*, приложенных ко всем точечным зарядам второго тела со стороны каждого точечного заряда первого тела.

Часто бывает значительно удобнее считать, что заряды ***распределены в заряженном теле непрерывно*** – *вдоль* некоторой *линии* (например, в случае заряженного тонкого стержня), *поверхности* (например, в случае заряженной пластины) или *объёма*. Соответственно пользуются понятиями *линейной, поверхностной и объёмной плотностей зарядов.*

Объёмная плотность электрических зарядов: $\rho = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}V}$,

где $\mathrm{d}q$ – заряд малого элемента заряженного тела объёмом $\mathrm{d}V$.

Поверхностная плотность электрических зарядов: $\sigma = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}S}$,

где $\mathrm{d}q$ – заряд малого участка заряженной поверхности площадью $\mathrm{d}S$.

Линейная плотность электрических зарядов: $\tau = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}l}$,

где $\mathrm{d}q$ – заряд малого участка заряженной линии длиной $\mathrm{d}l$.

3. Напряжённость электростатического поля

Электростатическим полем называется поле, создаваемое ***неподвижными*** электрическими зарядами.

Электростатическое поле описывается двумя величинами: ***потенциалом*** (*энергетическая скалярная* характеристика поля) и ***напряжённостью*** (*силовая векторная* характеристика поля).

Напряжённость электростатического поля – *векторная* физическая величина, определяемая силой, действующей *на единичный положительный* заряд q_0, помещённый в данную точку поля.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

Единица напряжённости электростатического поля – ньютон на кулон (Н/Кл): 1 Н/Кл=1 В/м, где В (вольт) – единица потенциала электростатического поля.

Напряжённость поля точечного заряда в вакууме (и в диэлектрике)

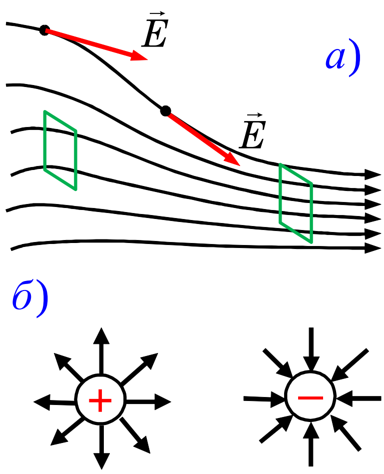
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\frac{\vec{r}}{r} \qquad \left(\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{q}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}\right),$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор, соединяющий данную точку поля с зарядом q.

В скалярной форме $$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} \qquad \left(E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{q}{r^2}\right).$$

Направление вектора $\vec{E}$ *совпадает с направлением силы*, действующей на положительный заряд.

Если поле создаётся ***положительным*** зарядом, то вектор $\vec{E}$ *направлен* вдоль радиуса-вектора от заряда *во внешнее пространство* (отталкивание пробного положительного заряда). Если поле создаётся ***отрицательным*** зарядом, то вектор $\vec{E}$ *направлен к заряду* (притяжение).

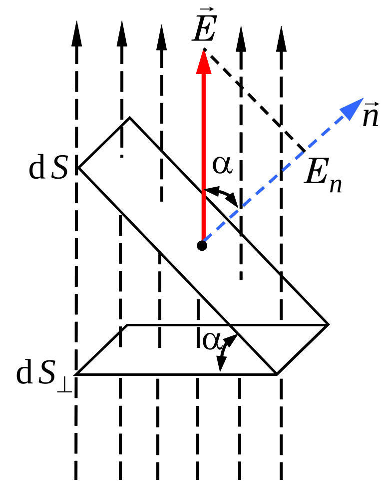


Графически электростатическое поле изображают с помощью ***линий напряжённости*** – линий, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора $\vec{E}$ (рис. (*а*)). Линиям напряжённости приписывается *направление, совпадающее с направлением вектора напряжённости*. Так как в данной точке пространства вектор напряжённости имеет лишь одно направление, то линии напряжённости *никогда не пересекаются*. Для ***однородного поля*** (когда вектор напряжённости в любой точке постоянен по модулю и направлению) линии напряжённости параллельны вектору напряжённости.

Если поле создаётся точечным зарядом, то линии напряжённости – радиальные прямые, *выходящие* из заряда, *если он положителен*, и *входящие* в него, *если заряд отрицателен* (рис. (*б*)).

4. Поток вектора $\vec{E}$

Чтобы с помощью линий напряжённости можно было характеризовать не только направление, но и *значение напряжённости* электростатического поля, их проводят с *определённой* ***густотой***: число линий напряжённости, пронизывающих единицу площади поверхности, перпендикулярную линиям напряжённости, должно быть равно модулю вектора $\vec{E}$.



Тогда число линий напряжённости, пронизывающих элементарную площадку $\mathrm{d}S$, равно $E \cdot \mathrm{d}S \cos\alpha = E_n \mathrm{d}S$, где E_n – проекция вектора $\vec{E}$ на нормаль $\vec{n}$ к площадке $\mathrm{d}S$. (Вектор $\vec{n}$ – единичный вектор, перпендикулярный площадке $\mathrm{d}S$). Величина

$$\mathrm{d}\Phi_E = E \cdot \mathrm{d}S_\perp = E \cdot \mathrm{d}S \cos\alpha = E_n \mathrm{d}S = \vec{E}\overrightarrow{\mathrm{d}S}$$

называется *потоком вектора напряжённости* через площадку $\mathrm{d}S$. Здесь $\overrightarrow{\mathrm{d}S} = \mathrm{d}S\vec{n}$ – вектор, модуль которого равен $\mathrm{d}S$, а направление вектора совпадает с направлением $\vec{n}$ к площадке.

Поток вектора $\vec{E}$ сквозь произвольную замкнутую поверхность S:

$$\Phi_E = \oint_S E_n \mathrm{d}S = \oint_S \vec{E}\overrightarrow{\mathrm{d}S}.$$

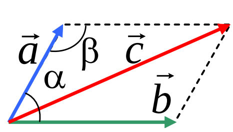
5. Принцип суперпозиции электростатических полей

К кулоновским силам применим рассмотренный в механике ***принцип независимости действия сил*** – *результирующая* сила, действующая со стороны поля на пробный заряд равна *векторной сумме* сил, приложенных к нему со стороны каждого из зарядов, создающих электростатическое поле.

Напряжённость *результирующего* поля, создаваемого системой зарядов, также равна ***геометрической*** сумме напряжённостей полей, создаваемых в данной точке каждым из зарядов в отдельности.

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i.$$

Эта формула выражает ***принцип суперпозиции*** (***наложения***) ***электростатических полей***. Он позволяет рассчитать электростатические поля любой системы неподвижных зарядов, представив ее в виде совокупности точечных зарядов.



Напомним правило определения величины вектора $\vec{c}$ суммы двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$:

$$|\vec{c}| = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\cos\alpha} = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\beta}.$$

6. Теорема Гаусса

Вычисление напряжённости поля системы электрических зарядов с помощью принципа суперпозиции электростатических полей можно значительно упростить, используя теорему Гаусса, определяющую поток вектора напряжённости электрического поля *сквозь произвольную замкнутую поверхность*.

Рассмотрим поток вектора напряжённости через сферическую поверхность радиуса r, охватывающую точечный заряд q, находящийся в её центре:

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}.$$

Этот результат справедлив *для любой замкнутой поверхности произвольной формы*, охватывающей заряд.

Если замкнутая поверхность не охватывает заряда, то *поток сквозь неё равен нулю*, так как число линий напряжённости, входящих в поверхность, равно числу линий напряжённости, выходящих из неё.

Рассмотрим *общий случай* ***произвольной*** *поверхности, окружающей* n *зарядов*. Согласно принципу суперпозиции напряжённость поля $\vec{E}$, создаваемого всеми зарядами, равна сумме напряжённостей $\vec{E}_i$, создаваемых каждым зарядом в отдельности. Поэтому

$$\Phi_E = \oint_S E_n \,\mathrm{d}S = \oint_S \left(\sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i \right) \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}S} = \sum_{i=1}^{n} \oint_S \vec{E}_i \overrightarrow{\mathrm{d}S} = \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} q_i .$$

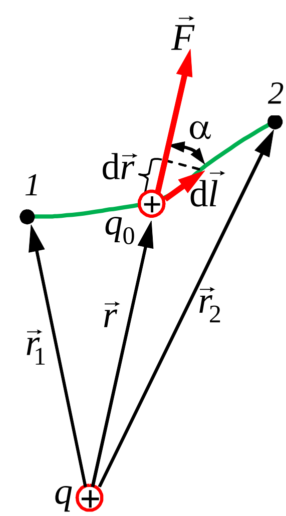
Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме: поток вектора напряжённости электростатического поля в вакууме сквозь произвольную замкнутую поверхность равен *алгебраической* сумме заключённых внутри этой поверхности зарядов, делённых на ε_0.

Если заряд распределён в пространстве с объёмной плотностью $\rho = \mathrm{d}q/\mathrm{d}V$, то теорема Гаусса:

$$\Phi_E = \oint_S E_n \,\mathrm{d}S = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho \,\mathrm{d}V .$$

7. Циркуляция вектора напряжённости

Если в электростатическом поле точечного заряда q из точки 1 в точку 2 вдоль произвольной траектории перемещается другой точечный заряд q_0, то сила, приложенная к заряду, совершает работу. *Работа силы* на элементарном перемещении $\overrightarrow{\mathrm{d}l}$ равна



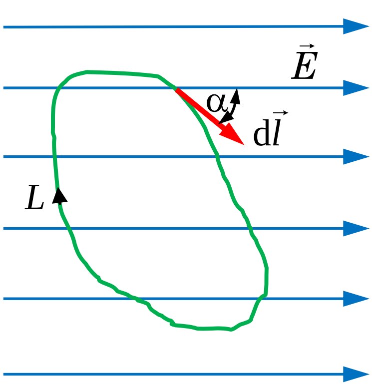
$$\mathrm{d}A = \vec{F}\overrightarrow{\mathrm{d}l} = F\,\mathrm{d}l\cos\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r^2}\mathrm{d}l\cos\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r^2}\mathrm{d}r .$$

Работа при перемещении заряда q_0 из точки 1 в точку 2:

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} \mathrm{d}A = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{\mathrm{d}r}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{qq_0}{r_1} - \frac{qq_0}{r_2}\right).$$

Работа A_{12} не зависит от траектории перемещения, а *определяется только положениями начальной и конечной точек*. Следовательно, электростатическое поле точечного заряда является ***потенциальным***, а электростатические силы – ***консервативными***.

Таким образом, работа перемещения заряда в электростатическом поле по любому замкнутому контуру L равна нулю:



$$\oint_L \mathrm{d}A = 0 .$$

Если переносимый заряд ***единичный***, то элементарная работа сил поля на пути $\overrightarrow{\mathrm{d}l}$ равна $\vec{E}\overrightarrow{\mathrm{d}l} = E_l\,\mathrm{d}l$, где $E_l = E\cos\alpha$ – проекция вектора $\vec{E}$ на направление элементарного перемещения $\overrightarrow{\mathrm{d}l}$.

Интеграл $\oint\limits_L \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{l} = \oint\limits_L E_l\,\mathrm{d}l$ называется ***циркуляцией вектора напряжённости*** по заданному замкнутому контуру L.

Теорема о циркуляции вектора $\vec{E}$:

Циркуляция вектора напряжённости электростатического поля вдоль любого замкнутого контура равна нулю

$$\oint\limits_L \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{l} = \oint\limits_L E_l\,\mathrm{d}l = 0.$$

Силовое поле, обладающее таким свойством, называется ***потенциальным***. Эта формула справедлива ***только для*** электрического поля ***неподвижных*** зарядов (***электростатического***).

8. Потенциальная энергия заряда

В потенциальном поле тела обладают потенциальной энергией, и работа консервативных сил совершается за счёт убыли потенциальной энергии.

Поэтому работу A_{12} можно представить, как разность потенциальных энергий заряда q_0 в начальной и конечной точках в поле заряда q:

$$A_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r_1} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r_2} = W_1 - W_2.$$

Потенциальная энергия заряда q_0, находящегося в поле заряда q на расстоянии r от него, равна:

$$W = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r} + \mathrm{const}.$$

Считая, что при удалении заряда на бесконечность, потенциальная энергия обращается в нуль, получаем: $\mathrm{const} = 0$.

Для ***одноименных*** зарядов потенциальная энергия их взаимодействия (*отталкивания) положительна*, для ***разноимённых*** зарядов потенциальная энергия из взаимодействия (*притяжения*) *отрицательна*.

Если поле создаётся системой n точечных зарядов, то потенциальная энергия заряда q_0, находящегося в этом поле, равна сумме его потенциальных энергий, создаваемых каждым из зарядов в отдельности:

$$W = \sum_{i=1}^{n} U_i = q_0 \sum_{i=1}^{n} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_i}.$$

9. Потенциал электростатического поля

Отношение $\dfrac{W}{q_0}$ не зависит от пробного заряда q_0 и является, *энергетической характеристикой поля*, называемой ***потенциалом***

$$\varphi = \frac{W}{q_0}.$$

Потенциал φ в какой-либо точке электростатического поля есть ***скалярная*** физическая величина, определяемая потенциальной энергией единичного положительного заряда, помещённого в эту точку.

Например, потенциал поля, создаваемого точечным зарядом q, равен

$$\varphi=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}.$$

10. Разность потенциалов

Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда q_0 из точки 1 в точку 2, может быть представлена как

$$A_{12}=W_1-W_2=q_0(\varphi_1-\varphi_2)=q_0\Delta\varphi,$$

то есть, равна произведению перемещаемого заряда на разность потенциалов в начальной и конечной точках.

Разность потенциалов двух точек 1 и 2 в электростатическом поле определяется работой, совершаемой силами поля, при перемещении единичного положительного заряда из точки 1 в точку 2:

$$\varphi_1-\varphi_2=\Delta\varphi=\frac{A_{12}}{q_0}.$$

Пользуясь определением напряжённости электростатического поля, можем записать работу A_{12} в виде:

$$A_{12}=\int_1^2\vec{F}\,\mathrm{d}\vec{l}=\int_1^2 q_0\vec{E}\,\mathrm{d}\vec{l}=q_0\int_1^2\vec{E}\,\mathrm{d}\vec{l}.$$

Отсюда следует:

$$\varphi_1-\varphi_2=\Delta\varphi=\frac{A_{12}}{q_0}=\int_1^2\vec{E}\,\mathrm{d}\vec{l}=\int_1^2 E_l\,\mathrm{d}l,$$

где интегрирование можно производить вдоль любой линии, соединяющей начальную и конечную точки, так как работа сил электростатического поля не зависит от траектории перемещения.

Если перемещать заряд q_0 ***из произвольной точки за пределы поля*** (на бесконечность), где потенциальная энергия, а значит и потенциал, равны нулю, то работа сил электростатического поля $A_\infty=q_0\varphi$, следовательно,

$$\varphi=\frac{A_\infty}{q_0}.$$

Таким образом, *ещё одно определение потенциала*: ***потенциал*** – *физическая величина, определяемая работой по перемещению единичного положительного заряда при удалении его из данной точки в бесконечность*.

Единица потенциала – **вольт (В)**: 1В есть потенциал такой точки поля, в которой заряд в 1Кл обладает потенциальной энергией 1 Дж (1 В=1 Дж/1 Кл).

Принцип суперпозиции потенциалов электростатических полей: Если поле создаётся несколькими зарядами, то потенциал поля системы зарядов равен *алгебраической сумме* потенциалов полей всех этих зарядов.

11. Связь между напряжённостью и потенциалом

Для потенциального поля, между потенциальной (консервативной) силой и потенциальной энергией существует связь:

$$\vec{F}=-\mathrm{grad}W=-\nabla W,$$

где ∇ ("набла") – это ***оператор Гамильтона***: $\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$.

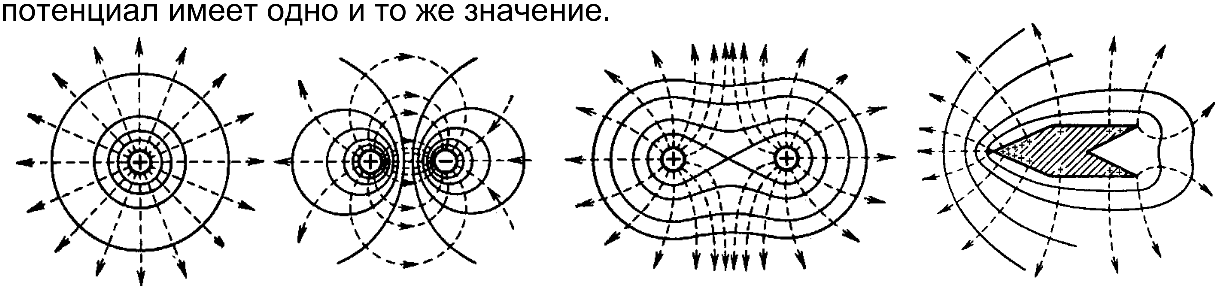
Поскольку $\vec{F} = q\vec{E}$ и $W = q\varphi$, то

$$\vec{E} = -\mathrm{grad}\varphi = -\nabla\varphi.$$

Знак минус показывает, что вектор $\vec{E}$ направлен в сторону *убывания* потенциала.

12. Эквипотенциальные поверхности

Для графического изображения распределения потенциала используются ***эквипотенциальные поверхности*** – поверхности, во всех точках которых потенциал имеет одно и то же значение.



а) б) в) г)

Эквипотенциальные поверхности обычно проводят так, чтобы разности потенциалов между двумя соседними эквипотенциальными поверхностями были одинаковы. Тогда густота эквипотенциальных поверхностей наглядно характеризует напряжённость поля в разных точках. Там, где эти поверхности расположены гуще, напряжённость поля больше. На рисунке пунктиром изображены силовые линии, сплошными линиями – сечения эквипотенциальных поверхностей для: положительного точечного заряда (*а*), диполя (*б*), двух одноимённых зарядов (*в*), заряженного металлического проводника сложной конфигурации (*г*).

Для точечного заряда потенциал $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$, поэтому эквипотенциальные поверхности – это концентрические сферы. С другой стороны, линии напряжённости – радиальные прямые. Следовательно, линии напряжённости перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям.

Можно показать, что *во всех случаях* вектор $\vec{E}$

1) *перпендикулярен* эквипотенциальным поверхностям;
2) всегда *направлен в сторону убывания потенциала*.

13. Примеры расчёта наиболее важных симметричных электростатических полей в вакууме

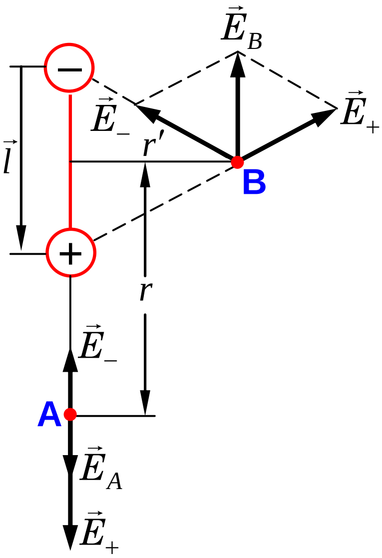
1. *Электростатическое поле электрического диполя в вакууме*.

Электрическим диполем (или двойным электрическим полюсом) называется система двух равных по модулю разноимённых точечных зарядов $(+q, -q)$, расстояние l между которыми значительно меньше расстояния до рассматриваемых точек поля $(l \ll r)$.

Плечо диполя $\vec{l}$ – это вектор, направленный по оси диполя от отрицательного заряда к положительному, и равный расстоянию между ними.

Электрический момент диполя $\vec{p}_e$ – вектор, совпадающий по направлению с плечом диполя и равный произведению модуля заряда $|q|$ на плечо $\vec{l}$:

$$\vec{p}_e = |q|\vec{l}$$



1) Напряжённость поля диполя *на продолжении оси диполя* в точке **A**

$$E_A = E_+ - E_-, \quad \varphi = \varphi_+ + \varphi_-.$$

Пусть r – расстояние до точки **A** от середины оси диполя. Тогда, учитывая что $r \gg l$,

$$E_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\left(r-\frac{l}{2}\right)^2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\left(r+\frac{l}{2}\right)^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2ql}{r^3} =$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2p_e}{r^3},$$

$$\varphi_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r-l/2} - \frac{q}{r+l/2}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{ql}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p_e}{r^2}.$$

2) Напряжённость поля в точке **B** *на перпендикуляре*, восстановленном к оси диполя из его середины при $r' \gg l$

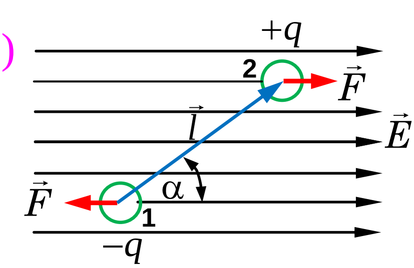
$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(r')^2 + (l/2)^2} \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(r')^2}, \quad \frac{E_B}{E_+} \approx \frac{l}{r'}, \text{ поэтому}$$

$$E_B = (E_+)\frac{l}{r'} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{ql}{(r')^3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p_e}{(r')^3},$$

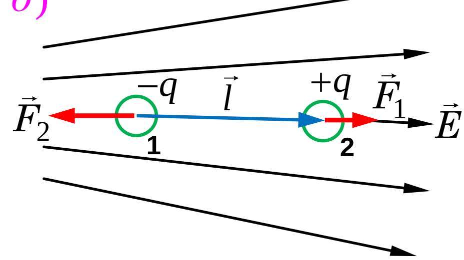
$$\varphi_B = 0.$$

Точка **B** равноудалена от зарядов $+q$ и $-q$ диполя, поэтому потенциал поля в точке **B** равен нулю. Вектор $\vec{E}_B$ направлен противоположно вектору $\vec{l}$.

а)



б)

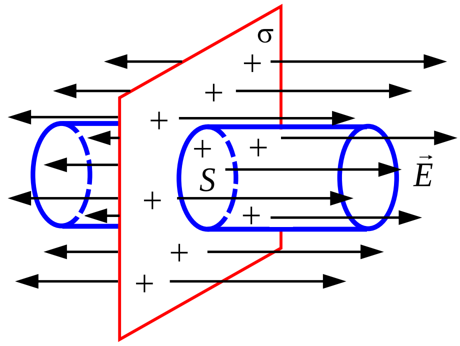


3) Во внешнем электрическом поле на концы диполя действует пара сил, которая стремится повернуть диполь таким образом, чтобы электрический момент $\vec{p}_e$ диполя развернулся вдоль направления поля $\vec{E}$ (рис. (*а*)).

Во внешнем ***однородном*** поле момент пары сил равен $M = qEl\sin\alpha$ или $\vec{M} = [\vec{p}_e, \vec{E}]$. Во внешнем ***неоднородном*** поле (рис. (*б*)) силы, действующие на концы диполя, неодинаковы ($|\vec{F}_2| > |\vec{F}_1|$) и их результирующая стремится передвинуть диполь в область поля с большей напряжённостью – диполь втягивается в область более сильного поля.

2. ***Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости.***

Бесконечная плоскость заряжена с постоянной поверхностной плотностью $+\sigma = \mathrm{d}q/\mathrm{d}S$. Линии напряжённости перпендикулярны рассматриваемой плоскости и направлены от неё в обе стороны.



В качестве Гауссовой поверхности примем поверхность цилиндра, образующие которого перпендикулярны заряженной плоскости, а основания параллельны заряженной плоскости и лежат по разные стороны от неё на одинаковых расстояниях.

Так как образующие цилиндра параллельны линиям напряжённости, то поток вектора напряжённости через боковую поверхность цилиндра равен нулю, а полный поток сквозь цилиндр равен сумме потоков сквозь его основания $2ES$. Заряд, заключённый внутри цилиндра, равен σS. По теореме Гаусса $2ES = \sigma S/\varepsilon_0$, откуда:

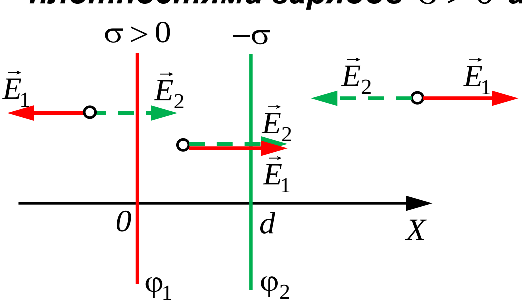
$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$$

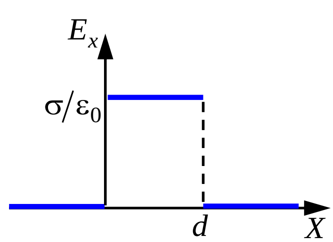
E не зависит от длины цилиндра, т. е. *напряжённость поля на любых расстояниях одинакова по модулю*. Такое поле называется ***однородным***.

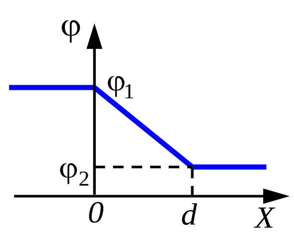
Разность потенциалов между точками, лежащими на расстояниях x_1 и x_2 от плоскости, равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{x_1}^{x_2} E\,\mathrm{d}x = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\mathrm{d}x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(x_2 - x_1).$$

3. ***Поле двух бесконечных параллельных разноимённо заряженных плоскостей с равными по абсолютному значению поверхностными плотностями зарядов $\sigma > 0$ и $-\sigma$.***







Из предыдущего примера следует, что векторы напряжённости $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ первой и второй плоскостей равны по модулю и всюду направлены перпендикулярно плоскостям. Поэтому в пространстве вне плоскостей они компенсируют друг друга, а в пространстве между плоскостями суммарная напряжённость $\vec{E} = 2\vec{E}_1$. Поэтому между плоскостями

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$ (в диэлектрике $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$).

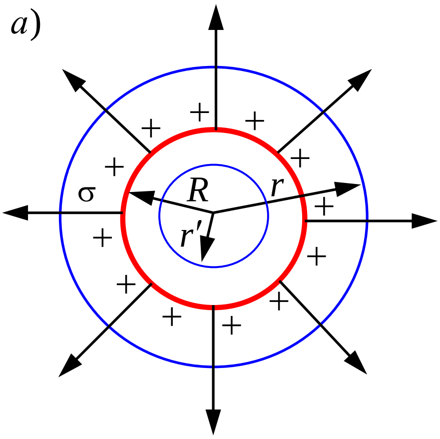
Поле между плоскостями однородное. Разность потенциалов между плоскостями:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^d E\,\mathrm{d}x = \int_0^d \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\mathrm{d}x = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0}$$ (в диэлектрике $\Delta\varphi = \dfrac{\sigma d}{\varepsilon\varepsilon_0} = Ed$).

4. ***Поле равномерно заряженной сферической поверхности.***

Сферическая поверхность радиуса R с общим зарядом q заряжена равномерно с поверхностной плотностью $\sigma = \dfrac{q}{4\pi R^2}$.

а)

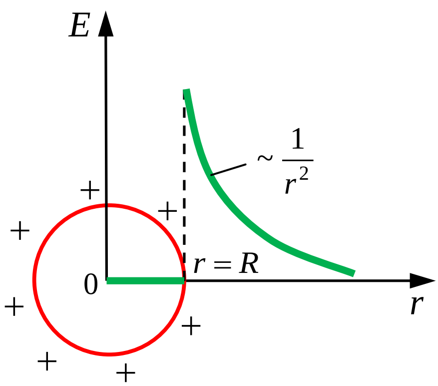


Поскольку система зарядов и, следовательно, само поле центрально-симметрично относительно центра сферы, то линии напряжённости направлены радиально.

В качестве Гауссовой поверхности выберем сферу радиуса r, имеющую общий центр с заряженной сферой. Если $r > R$, то внутрь поверхности попадает весь заряд q. По теореме Гаусса:

$$4\pi r^2 E = \frac{q}{\varepsilon_0}, \text{ откуда } E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2}, \quad (r \geq R).$$

б)



При $r \leq R$ замкнутая поверхность не содержит внутри зарядов, поэтому внутри равномерно заряженной сферы $E = 0$.

Разность потенциалов между двумя точками, лежащими на расстояниях r_1 и r_2 от центра сферы ($r_1 > R, r_2 > R$), равна:

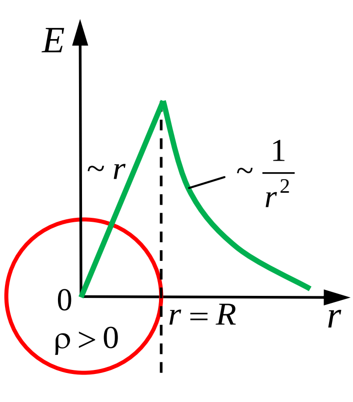
$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E\,\mathrm{d}r = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\mathrm{d}r = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right).$$

Если принять $r_1 = r$ и $r_2 = \infty$, то потенциал поля вне сферической поверхности $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$.

Вне заряженной сферы поле такое же, как поле точечного заряда q, находящегося в центре сферы. Внутри заряженной сферы поля нет, поэтому потенциал всюду одинаков и такой же, как на поверхности:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{\sigma R}{\varepsilon_0}.$$

5. *Поле объёмно заряженного шара.*



Заряд q равномерно распределён в вакууме по объёму шара радиуса R с объёмной плотностью $\rho = \frac{q}{V} = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$. Центр шара является центром симметрии поля.

1) Для поля ***вне шара*** $(r > R)$ получаем тот же результат, что и в случае сферической поверхности:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}, \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}, \quad \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right).$$

2) ***При*** $r = R$: $\quad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2} = \frac{\rho R}{3\varepsilon_0}, \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{\rho R^2}{3\varepsilon_0}.$

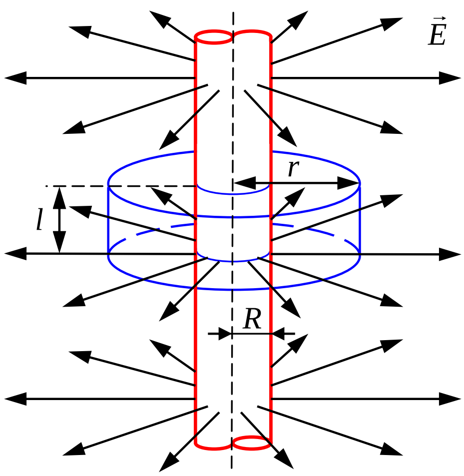
3) ***Внутри шара*** сфера радиусом $r < R$ охватывает заряд $q = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$.

По теореме Гаусса: $$4\pi r^2 E = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{4\pi r^3 \rho}{3\varepsilon_0}.$$

Отсюда, для точек, лежащих внутри шара $(r_1 < R, r_2 < R)$, с учётом $\rho = \frac{q}{{}^4\!/_3 \pi R^3}$:

$$E = \frac{qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3} = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0}, \qquad \varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E\,\mathrm{d}r = \frac{q}{8\pi\varepsilon_0 R^3}(r_2^2 - r_1^2).$$

6. Поле равномерно заряженного бесконечного цилиндра (нити).



Бесконечный цилиндр радиуса R заряжен равномерно с линейной плотностью $\tau = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}l}$.

Линии напряжённости будут направлены по радиусам круговых сечений цилиндра с одинаковой густотой во все стороны относительно оси цилиндра.

В качестве Гауссовой поверхности выберем цилиндр радиуса r и высотой l коаксиальный с заряженной нитью.

Торцы этого цилиндра параллельны линиям напряжённости, поэтому поток через них равен нулю.

Поток через боковую поверхность равен $E 2\pi r l$.

По теореме Гаусса (***при*** $r > R$) $\quad 2\pi r l E = \frac{\tau l}{\varepsilon_0}$, откуда при $r_1 > R, r_2 > R$

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\tau}{r}, \qquad \Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E\,\mathrm{d}r = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{\mathrm{d}r}{r} = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1}.$$

Если $r < R$, то замкнутая поверхность зарядов внутри не содержит, поэтому $E = 0$.

14. Электростатическое поле в диэлектрической среде

Диэлектриками называются вещества, которые при обычных условиях практически не проводят электрический ток.

Диэлектрик, как и всякое другое вещество, состоит из атомов или молекул, каждая из которых в целом электрически нейтральна.

Если заменить положительные заряды ядер молекул суммарным зарядом $+q$, находящимся в, так сказать, "центре тяжести" положительных зарядов, а заряд всех электронов – суммарным отрицательным зарядом $-q$, находящимся в "центре тяжести" отрицательных зарядов, то молекулы можно рассматривать как *электрические диполи с электрическим моментом*.

Различают **три типа** диэлектриков.

1) ***Диэлектрики с неполярными молекулами***, симметричные молекулы которых в отсутствие внешнего поля имеют ***нулевой*** дипольный момент (например, N_2, H_2, O_2, CO_2).

2) *Диэлектрики с полярными молекулами*, молекулы которых вследствие асимметрии имеют *ненулевой* дипольный момент (например, H_2O, NH_3, SO_2, CO).

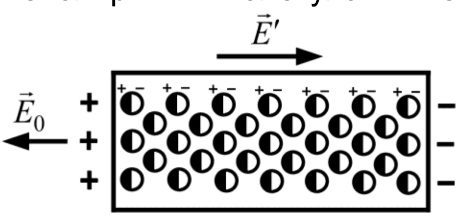
3) *Ионные диэлектрики* (например, $NaCl$, KCl). Ионные кристаллы представляют собой пространственные решётки с правильным чередованием ионов разных знаков.

Внесение диэлектриков во внешнее электрическое поле приводит к возникновению отличного от нуля результирующего электрического момента диэлектрика.

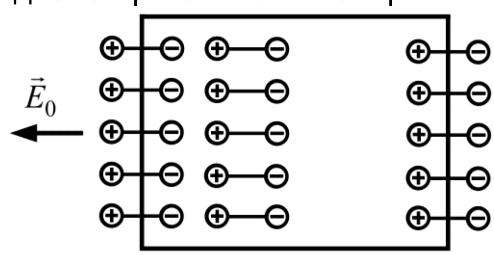
Поляризацией диэлектрика называется процесс ориентации диполей или появления под воздействием электрического поля ориентированных по полю диполей.

Соответственно трём видам диэлектриков различают ***три вида поляризации***.

1) *Электронная*, или *деформационная*, поляризация диэлектрика с неполярными молекулами – за счёт деформации электронных орбит возникает индуцированный дипольный момент у атомов или молекул диэлектрика.



2) *Ориентационная*, или *дипольная*, поляризация диэлектрика с полярными молекулами – ориентация имеющихся дипольных моментов молекул по полю (эта ориентация тем сильнее, чем больше напряжённость электрического поля и чем ниже температура).



3) *Ионная* поляризация диэлектрика с ионными кристаллическими решётками – смещение подрешётки положительных ионов вдоль поля, а отрицательных ионов против поля приводит к возникновению дипольных моментов.

15. Поляризованность

Поместим пластину из однородного диэлектрика во внешнее электрическое поле созданное двумя бесконечными параллельными разноимённо заряженными плоскостями.

Во внешнем электрическом поле диэлектрик объёмом V *поляризуется,* т. е. приобретает дипольный момент $\vec{p}_V = \sum_i \vec{p}_i$, где $\vec{p}_i$ – дипольный момент одной молекулы.

Для количественного описания поляризации диэлектрика используется векторная величина – ***поляризованность*** – которая определяется как дипольный момент единицы объёма диэлектрика:

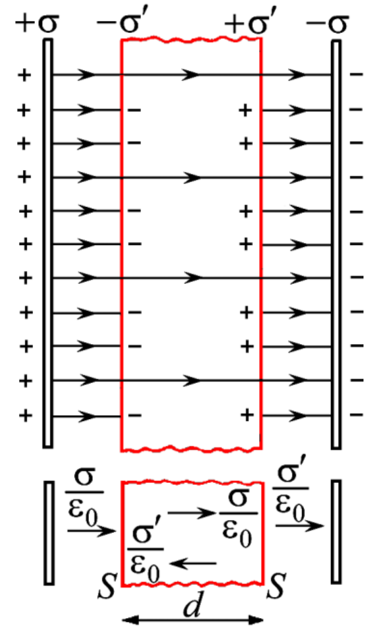
$$\vec{P} = \frac{\vec{p}_V}{V} = \frac{\sum_i \vec{p}_i}{V}.$$

В случае изотропного диэлектрика поляризованность (для большинства диэлектриков за исключением сегнетоэлектриков) ***линейно*** зависит от напряжённости внешнего поля:

$$\vec{P} = \chi\varepsilon_0\vec{E},$$

где χ – ***диэлектрическая восприимчивость вещества***, характеризующая свойства диэлектрика (*положительная безразмерная* величина).

16. Диэлектрическая проницаемость среды



Вследствие поляризации на поверхности диэлектрика появляются нескомпенсированные заряды, которые называются ***связанными*** (в отличие от ***свободных*** зарядов, которые создают внешнее поле).

Поле $\vec{E}'$ внутри диэлектрика, создаваемое связанными зарядами, направлено против внешнего поля $\vec{E}_0$, создаваемого свободными зарядами. Результирующее поле внутри диэлектрика:

$$E = E_0 - E'.$$

В нашем примере поле, создаваемое двумя бесконечно заряженными плоскостями с поверхностной плотностью зарядов σ': $E' = \sigma'/\varepsilon_0$. Поэтому

$$E = E_0 - \sigma'/\varepsilon_0.$$

Полный дипольный момент диэлектрической пластинки с толщиной d и площадью грани S равен $p_V = PV = PSd$, с другой стороны $p_V = qd = \sigma' Sd$. Отсюда $\sigma' = P$. Следовательно,

$$E = E_0 - \frac{\sigma'}{\varepsilon_0} = E_0 - \frac{P}{\varepsilon_0} = E_0 - \frac{\chi\varepsilon_0 E}{\varepsilon_0} = E_0 - \chi E.$$

Откуда напряжённость результирующего поля внутри диэлектрика равна:

$$E = \frac{E_0}{1+\chi} = \frac{E_0}{\varepsilon}.$$

Безразмерная величина $\varepsilon = 1 + \chi = \dfrac{E_0}{E}$ называется ***диэлектрической проницаемостью среды***. Она характеризует способность диэлектриков поляризоваться в электрическом поле и показывает, во сколько раз поле ослабляется диэлектриком.

17. Электрическое смещение

Напряжённость электростатического поля зависит от свойств среды (от ε). Кроме того, вектор напряжённости $\vec{E}$, переходя через границу диэлектриков, претерпевает *скачкообразное изменение*, поэтому для описания (непрерывного) электрического поля системы зарядов с учётом поляризационных свойств диэлектриков вводится ***вектор электрического смещения*** (***электрической индукции***), который для изотропной среды записывается как

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} = \varepsilon_0 (1+\chi)\vec{E} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}.$$

Единица электрического смещения – Кл/м^2.

Вектор $\vec{D}$ описывает электростатическое поле, создаваемое *свободными* зарядами (т. е. в вакууме), но при таком их распределении в пространстве, какое имеется при наличии диэлектрика.

Аналогично линиям напряжённости, можно ввести *линии электрического смещения*. Через области поля, где находятся связанные заряды, линии вектора $\vec{D}$ проходят *не прерываясь*.

Для произвольной *замкнутой* поверхности S поток вектора $\vec{D}$ сквозь эту поверхность:

$$\Phi_D = \oint_S \vec{D}\,\mathrm{d}\vec{S} = \oint_S D_n\,\mathrm{d}S\,,$$

где D_n – проекция вектора $\vec{D}$ на нормаль $\vec{n}$ к площадке $\mathrm{d}S$.

Теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике: поток вектора смещения электростатического поля в диэлектрике сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключённых внутри этой поверхности *свободных* электрических зарядов:

$$\oint_S \vec{D}\,\mathrm{d}\vec{S} = \oint_S D_n\,\mathrm{d}S = \sum_{i=1}^{n} q_i\,.$$

Для непрерывного распределения заряда в пространстве с объёмной плотностью $\rho = \mathrm{d}q/\mathrm{d}V$:

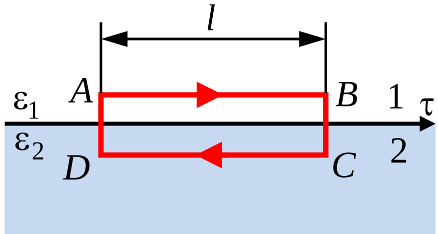
$$\oint_S \vec{D}\,\mathrm{d}\vec{S} = \int_V \rho\,\mathrm{d}V\,.$$

Другая форма записи этого соотношения с учётом определения дивергенции вектора (стр.1-31):

$$\mathrm{div}\,\vec{D} = \rho\,.$$

18. Условия на границе раздела двух диэлектрических сред

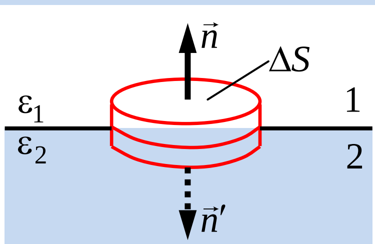
При отсутствии *на границе двух диэлектриков свободных зарядов*, циркуляция вектора $\vec{E}$ по контуру $\oint\limits_{ABCDA} \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{l} = 0$, откуда $E_{\tau 1}l - E_{\tau 2}l = 0$. Поэтому:



$$E_{\tau 1} = E_{\tau 2}\,.$$

Учитывая $D = \varepsilon_0 \varepsilon E$, получим:

$$\frac{D_{\tau 1}}{D_{\tau 2}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\,.$$



По теореме Гаусса поток вектора $\vec{D}$ через цилиндр ничтожно малой высоты равен нулю (нет свободных зарядов) $D_n \Delta S - D_{n'} \Delta S = 0$, поэтому:

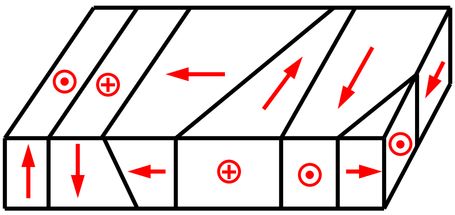
$$D_{n1} = D_{n2}\,,$$

$$\frac{E_{n1}}{E_{n2}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\,.$$

Таким образом, при переходе через границу раздела двух диэлектрических сред тангенциальная составляющая вектора $\vec{E}$ (E_τ) и нормальная составляющая вектора $\vec{D}$ (D_n) изменяются непрерывно (не претерпевают скачка), а нормальная составляющая вектора $\vec{E}$ (E_n) и тангенциальная составляющая вектора $\vec{D}$ (D_τ) претерпевают скачок.

19. Сегнетоэлектрики

Сегнетоэлектриками называются кристаллические диэлектрики, у которых в отсутствие внешнего электрического поля возникает самопроизвольная ориентация дипольных электрических моментов составляющих его частиц.



Примеры: сегнетова соль $NaKC_4H_4O_6 \cdot 4H_2O$; титанат бария $BaTiO_3$

Сегнетоэлектрики состоят из ***доменов*** – областей с различными направлениями поляризованности.

Температура, выше которой исчезают сегнетоэлектрические свойства – ***точка Кюри***.

Для сегнетоэлектриков связь между векторами $\vec{E}$ и $\vec{P}$ нелинейная и наблюдается явление ***диэлектрического гистерезиса*** – сохранения ***остаточной поляризованности*** при снятии внешнего поля.

Пьезоэлектрики – это кристаллические диэлектрики, в которых при сжатии или растяжении возникает электрическая поляризация – *прямой пьезоэффект*.

Обратный пьезоэффект – появление механической деформации под действием электрического поля.

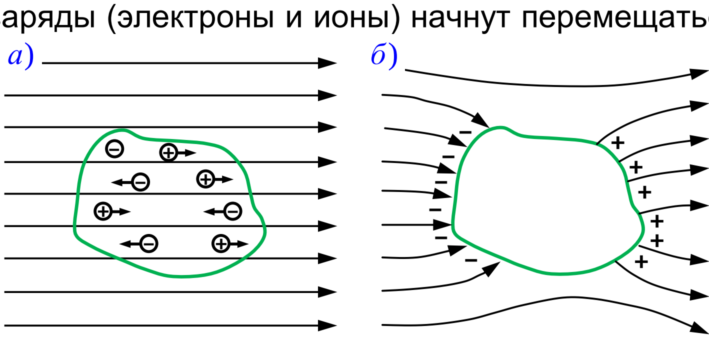
20. Проводники в электростатическом поле

Если поместить проводник во внешнее электростатическое поле или его зарядить, то на заряды проводника будет действовать электростатическое поле, в результате чего они начнут перемещаться до тех пор, пока не установится равновесное распределение зарядов, при котором электростатическое поле внутри проводника обращается в нуль $\vec{E} = 0$.

Иначе, если бы поле не было равно нулю, то в проводнике возникло бы упорядоченное движение зарядов без затраты энергии от внешнего источника, что противоречит закону сохранения энергии.

Следствия этого $(\vec{E} = -\mathrm{grad}\,\varphi = 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi = \mathrm{const})$:

- потенциал во всех точках проводника ***одинаков***;
- поверхность проводника является ***эквипотенциальной***;
- вектор $\vec{E}$ направлен по ***нормали*** к каждой точке поверхности;
- При помещении нейтрального проводника во внешнее поле свободные заряды (электроны и ионы) начнут перемещаться: положительные – по полю, а отрицательные – против поля (рис. (*а*)). На одном конце проводника будет *избыток* положительных зарядов, на другом – отрицательных. Эти заряды называются ***индуцированными***. Процесс будет продолжаться до тех пор, пока напряжённость поля ***внутри проводника*** не станет ***равной нулю***, а линии напряжённости вне проводника – ***перпендикулярными*** его поверхности (рис. (*б*)).



- если проводнику сообщить некоторый заряд q, то *нескомпенсированные заряды* располагаются *только* ***на поверхности*** проводника, причём $D = \sigma$ и

$E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon}$, где σ – поверхностная плотность зарядов, и ε – диэлектрическая проницаемость среды, окружающей проводник.

Нейтральный проводник, внесённый в электростатическое поле, *разрывает* часть линий напряжённости; они заканчиваются на отрицательных индуцированных зарядах и вновь начинаются на положительных.

Индуцированные заряды распределяются на ***внешней*** поверхности проводника. Явление перераспределения поверхностных зарядов на проводнике во внешнем электростатическом поле называется ***электростатической индукцией***.

21. Электроёмкость

Рассмотрим ***уединённый проводник*** – проводник, удалённый от других тел и зарядов. Из опыта следует, что разные проводники, будучи одинаково заряженными, имеют разные потенциалы.

Физическая величина C, равная отношению заряда проводника q к его потенциалу φ, называется ***электрической ёмкостью*** этого проводника

$$C = \frac{q}{\varphi}.$$

Электроёмкость уединённого проводника численно равна заряду, который нужно сообщить этому проводнику для того, чтобы изменить его потенциал на единицу.

Она зависит от формы и размеров проводника и от диэлектрических свойств окружающей среды. Ёмкости геометрически подобных проводников пропорциональны их линейным размерам.

Пример: ***ёмкость уединённого проводящего шара***: $C = \dfrac{q}{\varphi} = 4\pi\varepsilon_0 R$.

Единица электроёмкости – фарад (Ф): 1 Ф – ёмкость такого уединённого проводника, потенциал которого изменяется на 1 В при сообщении ему заряда 1 Кл. Ёмкостью 1 Ф обладает шар с радиусом $R = 9 \cdot 10^6$ км. Ёмкость Земли 0,7 мФ.

22. Конденсаторы

Если к проводнику с зарядом q приблизить другие тела, то на их поверхности возникнут индуцированные (на проводнике) или связанные (на диэлектрике) заряды. Эти заряды *ослабляют* поле, создаваемое зарядом q, тем самым, *понижая потенциал* проводника и *повышая* его *электроёмкость*.

Конденсатор – это система из двух проводников (обкладок) с одинаковыми по модулю, но противоположными по знаку зарядами, форма и расположение которых таковы, что поле сосредоточено в узком зазоре между обкладками.

Ёмкость конденсатора – физическая величина, равная отношению заряда q, накопленного в конденсаторе, к разности потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ между его обкладками:

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi}.$$

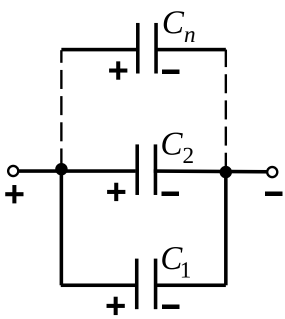
1. ***Ёмкость плоского конденсатора*** (две параллельные металлические пластины площадью S каждая, расположенные на расстоянии d друг от друга ($\sigma = \dfrac{q}{S}$)):
$$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{q}{\dfrac{\sigma d}{\varepsilon_0\varepsilon}} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}.$$

2. ***Ёмкость цилиндрического конденсатора*** (два коаксиальных цилиндра длиной l с радиусами r_1 и r_2 $(\tau = q/l)$):
$$C = \frac{q}{\dfrac{q}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}\ln\dfrac{r_2}{r_1}} = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{\ln\dfrac{r_2}{r_1}}.$$

3. ***Ёмкость сферического конденсатора*** (две концентрических сферы с радиусами r_1 и r_2):
$$C = \frac{q}{\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left(\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r_2}\right)} = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon\frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}.$$

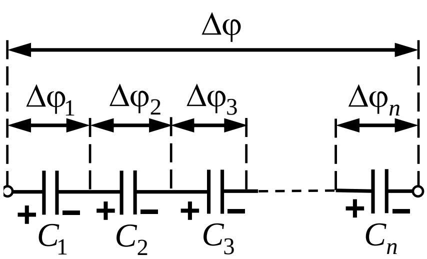
23. <u>**Соединения конденсаторов**</u>

У ***параллельно*** *соединённых конденсаторов* $C_1, C_2 \ldots C_n$ разность потенциалов на обкладках конденсаторов одинакова $\Delta\varphi$. Полная ёмкость



$$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_i}{\Delta\varphi} = \frac{\sum_{i=1}^{n} C_i\Delta\varphi}{\Delta\varphi} = \sum_{i=1}^{n} C_i.$$

У ***последовательно*** *соединённых конденсаторов* $C_1, C_2 \ldots C_n$ заряды q всех обкладок равны по модулю, а суммарная разность потенциалов



$$\Delta\varphi = \sum_{i=1}^{n}\Delta\varphi_i = \sum_{i=1}^{n}\frac{q}{C_i} = \frac{q}{C},$$

откуда

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{C_i}.$$

24. <u>**Энергия системы неподвижных точечных зарядов**</u>

Для системы двух зарядов q_1 и q_2, находящихся на расстоянии r друг от друга, каждый из них в поле другого обладает потенциальной энергией

$$W_1 = q_1\varphi_{12} = q_1\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r} = q_2\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r} = q_2\varphi_{21} = W_2.$$

Поэтому $W = q_1\varphi_{12} = q_2\varphi_{21} = \frac{1}{2}(q_1\varphi_{12} + q_2\varphi_{21})$. Добавляя последовательно по одному заряду, получим, что энергия взаимодействия системы n неподвижных точечных зарядов равна:

$$W=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}q_i\varphi_i,$$

где φ_i – потенциал, создаваемый в той точке, где находится заряд q_i, всеми зарядами, кроме i-го.

25. Энергия заряженного уединённого проводника

Рассмотрим уединённый проводник, заряд, ёмкость и потенциал которого равны q, C, φ. Элементарная работа $\mathrm{d}A$, совершаемая внешними силами по преодолению кулоновских сил отталкивания при перенесении заряда $\mathrm{d}q$ из бесконечности на проводник, равна $\mathrm{d}A=\varphi\mathrm{d}q=C\varphi\mathrm{d}\varphi$. Чтобы зарядить проводник от нулевого потенциала до φ, необходимо совершить работу

$$A=\int_0^{\varphi}C\varphi\,\mathrm{d}\varphi=\frac{C\varphi^2}{2}.$$

Энергия заряженного уединённого проводника (используя $C=q/\varphi$):

$$W=\frac{C\varphi^2}{2}=\frac{q^2}{2C}=\frac{q\varphi}{2}.$$

26. Энергия заряженного конденсатора

Элементарная работа внешних сил по перенесению малого заряда $\mathrm{d}q$ с обкладки 2 конденсатора на обкладку 1:

$$\mathrm{d}A=\Delta\varphi\,\mathrm{d}q=\frac{q\,\mathrm{d}q}{C}.$$

Работа внешних сил при увеличении заряда конденсатора от 0 до q:

$$A=\int_0^{q}\frac{q\,\mathrm{d}q}{C}=\frac{q^2}{2C}.$$

Энергия заряженного конденсатора (используя $C=\dfrac{q}{\Delta\varphi}$):

$$W=\frac{q^2}{2C}=\frac{C\left(\varphi_1-\varphi_2\right)^2}{2}=\frac{q\Delta\varphi}{2}.$$

27. Энергия электростатического поля

В общем случае ***электрическую энергию любой системы заряженных неподвижных тел*** – проводников и непроводников – можно найти по формуле

$$W=\frac{1}{2}\int_S\varphi\sigma\,\mathrm{d}S+\frac{1}{2}\int_V\varphi\rho\,\mathrm{d}V,$$

где σ и ρ – поверхностная и объёмная плотности *свободных* зарядов; φ – потенциал результирующего поля всех свободных и связанных зарядов в точках малых элементов $\mathrm{d}S$ и $\mathrm{d}V$ заряженных поверхностей и объёмов. Интегрирование проводится по всем заряженным поверхностям S и по всему заряженному объёму V тел системы.

На примере поля ***плоского конденсатора*** выразим энергию поля через его напряжённость. Для конденсатора $C = \varepsilon\varepsilon_0 S/d$ и $\Delta\varphi = Ed$. Отсюда:

$$W = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E^2 Sd = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E^2 V.$$

В ***однородном*** поле конденсатора его энергия распределена равномерно по всему объёму поля $V = Sd$.

Объёмная плотность энергии электростатического поля плоского конденсатора w:

$$w = \frac{W}{V} = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2}ED,$$

где $D = \varepsilon\varepsilon_0 E$ – электрическое смещение.

Эта формула является отражением того факта, что электростатическая энергия сосредоточена в электростатическом поле. Это выражение *справедливо также и для неоднородных полей*.

28. Пондеромоторные силы

Механические силы, действующие на заряженные тела, помещённые в электромагнитное поле, называются пондеромоторными силами (от латинских слов *ponderis* – тяжесть и *motor* – движущий).

Например, в плоском конденсаторе сила, с которой пластины конденсатора притягивают друг друга, совершает работу за счет уменьшения потенциальной энергии системы. С учётом $\sigma = \dfrac{q}{S}$ и $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$, получаем

$$F = -\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}x} = -\frac{q^2}{2\varepsilon\varepsilon_0 S} = -\frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon\varepsilon_0} = -\frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E^2 S,$$

где знак минус указывает на то, что эта сила является силой притяжения. Под действием этой силы обкладки конденсатора сжимают пластину диэлектрика, помещённого между ними, и в диэлектрике возникает давление

$$p = \frac{F}{S} = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E^2.$$

Постоянный электрический ток

29. Постоянный электрический ток, сила и плотность тока

Электродинамика – это раздел учения об электричестве, в котором рассматриваются явления и процессы, обусловленные движением электрических зарядов.

Электрическим током называется упорядоченное движение электрических зарядов.

За ***направление*** тока принимают направление движения *положительных* зарядов.

Количественной мерой электрического тока служит ***сила тока*** I – скалярная физическая величина, равная отношению заряда $\mathrm{d}q$, переносимого сквозь рассматриваемую поверхность за малый промежуток времени, к величине $\mathrm{d}t$ этого промежутка

$$I=\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}.$$

Электрический ток называется ***постоянным***, если сила тока и его направление не изменяются с течением времени.

Для постоянного тока: $$I=\frac{q}{t},$$

где q – электрический заряд, проходящий за время t через поперечное сечение проводника.

Единица силы тока **– ампер (А)** (см. "Механика" стр. 1-2).

Для характеристики направления электрического тока в разных точках рассматриваемой поверхности и распределения силы тока по этой поверхности служит ***вектор плотности тока*** $\vec{j}$. Сила тока сквозь произвольную поверхность S определяется как поток вектора плотности тока:

$$I=\int_S \vec{j}\,\overrightarrow{\mathrm{d}S},$$

где $\overrightarrow{\mathrm{d}S}=\vec{n}\,\mathrm{d}S$ ($\vec{n}$ – единичный вектор нормали (орт) к площадке $\mathrm{d}S$).

Плотностью электрического тока называется вектор $\vec{j}$, совпадающий с направлением электрического тока в рассматриваемой точке и численно равный отношению силы тока $\mathrm{d}I$ сквозь малый элемент поверхности, ***ортогональной*** направлению тока, к площади $\mathrm{d}S_\perp$ этого элемента:

$$j=\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}S_\perp}.$$

Для постоянного тока I, текущего перпендикулярно сечению S проводника: $$j=\frac{I}{S}.$$

Если за время $\mathrm{d}t$ через поперечное сечение S проводника переносится заряд $\mathrm{d}q=ne\langle v\rangle S\,\mathrm{d}t$ (где n, e и $\langle v\rangle$ – концентрация, заряд и средняя скорость упорядоченного движения зарядов), то сила тока: $I=\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}=ne\langle v\rangle S$, а плотность тока:

$$\vec{j}=ne\langle\vec{v}\rangle.$$

Единица плотности тока – А/м^2.

30. Сторонние силы

Для возникновения и существования электрического тока необходимо:

1) наличие свободных ***носителей тока*** – заряженных частиц, способных перемещаться упорядоченно;
2) наличие *электрического поля,* энергия которого должна каким-то образом ***восполняться***.

Если в цепи действуют только силы электростатического поля, то происходит перемещение носителей таким образом, что потенциалы всех точек цепи выравниваются и электростатическое поле исчезает.

Для существования постоянного тока *необходимо наличие в цепи устройства, способного создавать и поддерживать разность потенциалов* за счёт сил ***не электростатического*** происхождения.

Такие устройства называются ***источниками тока***.

Силы не электростатического происхождения, действующие на заряды со стороны источников тока, называются ***сторонними***.

Количественная характеристика сторонних сил – поле сторонних сил и его напряжённость $\vec{E}_{\text{стор}}$, определяемая сторонней силой, действующей на единичный положительный заряд.

Природа сторонних сил может быть различной. Например, в гальванических элементах они возникают за счёт энергии химических реакций между электродами и электролитами; в генераторе – за счёт механической энергии вращения ротора генератора; в солнечных батареях – за счёт энергии фотонов и т. п. Роль источника тока в электрической цепи такая же, как роль насоса, который необходим для поддержания тока жидкости в гидравлической системе.

Под действием создаваемого поля сторонних сил электрические заряды движутся *внутри источника тока* ***против*** *сил электростатического поля,* благодаря чему на концах цепи поддерживается разность потенциалов и в цепи тычет постоянный электрический ток.

31. Электродвижущая сила и напряжение

Физическая величина, определяемая работой, которую совершают сторонние силы при перемещении единичного положительного заряда, называется ***электродвижущей силой*** (***ЭДС***) действующей в цепи:

$$\Theta = \frac{A}{q_0}.$$

Эта работа совершается за счёт энергии, затрачиваемой в источнике тока, поэтому величину Θ, можно назвать электродвижущей силой источника тока, включённого в цепь. ЭДС, как и потенциал выражается в ***вольтах***.

Участок цепи, на котором не действуют сторонние силы, называется ***однородным***. Участок, на котором на носители тока действуют сторонние силы, называется ***неоднородным***.

Работа сторонних сил по перемещению заряда q_0 ***на замкнутом участке*** цепи:

$$A = \oint \vec{F}_{\text{стор}} \overrightarrow{\mathrm{d}l} = q_0 \oint \vec{E}_{\text{стор}} \overrightarrow{\mathrm{d}l}.$$

Отсюда, ЭДС действующая в замкнутой цепи – *это* ***циркуляция*** *вектора напряжённости поля сторонних сил*:

$$\Theta = \oint \vec{E}_{\text{стор}} \overrightarrow{\mathrm{d}l}.$$

Следовательно, для поля сторонних сил циркуляция его напряжённости по замкнутому контуру ***не равна нулю***. Поэтому *поле сторонних сил* – ***непотенциально***.

ЭДС, действующая на участке 1–2 цепи, равна

$$\Theta_{12} = \int_1^2 \vec{E}_{\text{стор}} \overrightarrow{\mathrm{d}l}.$$

Если на заряд q_0 действуют как сторонние силы, так и силы электростатического поля, то результирующая сила:

$$\vec{F} = \vec{F}_{\text{стор}} + \vec{F}_e = q_0\left(\vec{E}_{\text{стор}} + \vec{E}\right).$$

Работа результирующей силы по перемещению заряда q_0 на участке 1–2:

$$A_{12} = q_0\int_1^2 \vec{E}_{\text{стор}}\,\overrightarrow{\mathrm{d}l} + q_0\int_1^2 \vec{E}\,\overrightarrow{\mathrm{d}l} = q_0\Theta_{12} + q_0\left(\varphi_1 - \varphi_2\right).$$

Для замкнутой цепи работа электростатических сил равна нулю, поэтому

$$A = q_0\Theta.$$

Напряжением U на участке 1–2 называется физическая величина, численно равная суммарной работе совершаемой электростатическими и сторонними силами по перемещению единичного положительного заряда на данном участке цепи:

$$U_{12} = \frac{A_{12}}{q_0} = \varphi_1 - \varphi_2 + \Theta_{12}.$$

Понятие ***напряжения*** является обобщением понятия разности потенциалов: *напряжение на концах участка цепи равно разности потенциалов, если участок не содержит источника тока* (т. е. на участке не действует ЭДС; сторонние силы отсутствуют).

32. Закон Ома. Электрическое сопротивление

Закон Ома *для однородного участка цепи* (*не содержащего источника тока*): сила тока, текущего по однородному металлическому проводнику, пропорциональна напряжению на конце проводника (интегральная форма закона Ома).

$$I = \frac{U}{R}$$

Коэффициент пропорциональности R называется *электрическим сопротивлением проводника*.

***Единица электрического сопротивления* – ом (Ом):** 1 Ом – сопротивление такого проводника, в котором при напряжении 1 В течёт постоянный ток 1 А.

Величина $G = \dfrac{1}{R}$ называется *электрической проводимостью* проводника.

***Единица электрической проводимости* – сименс (См):** 1 См – проводимость участка электрической цепи сопротивлением 1 Ом.

Сопротивление проводника зависит от его размеров и формы, а также от материала, из которого проводник изготовлен. *Например, для однородного линейного проводника длиной* l *и площадью поперечного сечения* S сопротивление рассчитывается по формуле:

$$R = \rho\frac{l}{S},$$

где коэффициент пропорциональности ρ, характеризующий материал проводника, называется *удельным электрическим сопротивлением*.

***Единица удельного электрического сопротивления* – ом-метр (Ом·м).**

Величина обратная удельному сопротивлению называется *удельной электрической проводимостью* вещества проводника:

$$\gamma = \frac{1}{\rho}$$

***Единица удельной электрической проводимости* – сименс на метр (См/м).**

В проводнике $\frac{U}{l} = E$ – напряжённость электрического поля, $R = \rho \frac{l}{S}$, $j = \frac{I}{S}$. Из закона Ома получим соотношение $\frac{I}{S} = \frac{1}{\rho} \frac{U}{l}$, откуда следует $j = \gamma E$.

В векторной форме соотношение

$$\vec{j} = \gamma \vec{E},$$

называется **законом Ома в дифференциальной форме**.

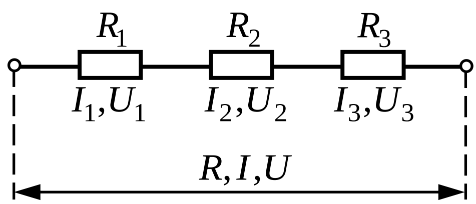
Этот закон связывает *плотность тока в любой точке внутри проводника с напряжённостью электрического поля в той же точке*.

33. Сопротивление соединения проводников

(1). Последовательное соединение n проводников: $I_1 = I_2 = \ldots = I_n = I$,

$$IR = U = \sum_{i=1}^{n} U_i = \sum_{i=1}^{n} I_i R_i = I \sum_{i=1}^{n} R_i,$$

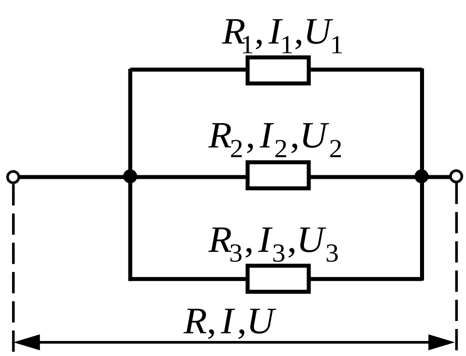
$$R = \sum_{i=1}^{n} R_i.$$



(2). Параллельное соединение n проводников: $U_1 = U_2 = \ldots = U_n = U$,

$$\frac{U}{R} = I = \sum_{i=1}^{n} I_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{U_i}{R_i} = U \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i},$$

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}.$$



34. Температурная зависимость сопротивления

Опытным путём было установлено, что для большинства случаев изменение удельного сопротивления (а значит и сопротивления) с температурой описывается линейным законом:

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t) \qquad \text{или} \qquad R = R_0 (1 + \alpha t),$$

где ρ и ρ_0, R и R_0 – соответственно, удельные сопротивления и сопротивления проводника при температурах t и 0° С (шкала Цельсия); α – ***температурный коэффициент сопротивления***.

На зависимости электрического сопротивления металлов от температуры основано действие ***термометров сопротивления***.

Сопротивление многих металлов при очень низких температурах T_k (0,14–20 К (шкала Кельвина)), называемых ***критическими***, характерных для каждого вещества, скачкообразно уменьшается до нуля, и металл становится абсолютным проводником. Это явление называется ***сверхпроводимостью***.

35. Работа и мощность тока

Кулоновские и сторонние силы при перемещении заряда q вдоль электрической цепи совершают работу A.

Рассмотрим однородный проводник с сопротивлением R, к концам которого приложено напряжение U. За время $\mathrm{d}t$ через сечение проводника переносится заряд $\mathrm{d}q = I\,\mathrm{d}t$. Работа по перемещению заряда q_0 между двумя точками поля равна:

$$A_{12} = q_0 \Delta\varphi, \qquad \text{откуда} \qquad \mathrm{d}A = U\,\mathrm{d}q = UI\,\mathrm{d}t = I^2 R\,\mathrm{d}t = \frac{U^2}{R}\mathrm{d}t.$$

Мощность тока:

$$P = \frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t} = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}.$$

Если размерности $[I]=$А, $[U]=$В, $[R]=$Ом, то $[A]=$Дж и $[P]=$Вт.

Внесистемные единицы работы тока: ватт-час (Вт·ч) и киловатт-час (кВт·ч). 1 Вт·ч – работа тока мощностью 1 Вт в течении 1 ч: 1 Вт·ч=3600 Вт·с = $3{,}6\cdot10^3$ Дж. Аналогично: 1 кВт·ч = 1000 Вт·ч = $3{,}6\cdot10^6$ Дж.

36. Закон Джоуля–Ленца

При прохождении тока по проводнику происходит рассеяние энергии вследствие столкновений носителей тока между собой и с любыми другими частицами среды. Если ток проходит по *неподвижному* проводнику, то вся работа тока $\mathrm{d}A$ идёт на нагревание проводника (выделение теплоты $\mathrm{d}Q$).

По закону сохранения энергии $\mathrm{d}A = \mathrm{d}Q$,

$$\mathrm{d}Q = IU\,\mathrm{d}t = I^2 R\,\mathrm{d}t = \frac{U^2}{R}\mathrm{d}t.$$

Количество теплоты Q, выделяющееся за конечный промежуток времени от 0 до t постоянным током I во всем объёме проводника, электрическое сопротивление которого равно R, получаем, интегрируя предыдущее выражение:

$$Q = \int_0^t I^2 R\,\mathrm{d}t = I^2 R t.$$

Закон Джоуля-Ленца (*в интегральной форме*): количество теплоты, выделяемое постоянным электрическим током на участке цепи, равно произведению квадрата силы тока на время его прохождения и электрическое сопротивление этого участка цепи.

Выделим в проводнике цилиндрический объем $\mathrm{d}V = \mathrm{d}S\,\mathrm{d}L$ (ось цилиндра совпадает с направлением тока). Сопротивление этого объёма $R = \rho\dfrac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}S}$. По закону Джоуля-Ленца, за время $\mathrm{d}t$ в этом объёме выделится теплота:

$$\mathrm{d}Q = I^2 R\,\mathrm{d}t = \frac{\rho\,\mathrm{d}l}{\mathrm{d}S}(j\,\mathrm{d}S)^2\,\mathrm{d}t = \rho j^2\,\mathrm{d}V\,\mathrm{d}t.$$

Удельной тепловой мощностью тока w называется количество теплоты, выделяющееся за единицу времени в единице объёма:

$$w = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}V\,\mathrm{d}t} = \rho j^2.$$

Используя дифференциальную форму закона Ома $j = \gamma E$ и определение $\rho = \dfrac{1}{\gamma}$, получим ***закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме***:

$$w = jE = \gamma E^2.$$

Тепловое действие электрического тока используется в осветительных, лампах накаливания, электросварке, электронагревательных приборах и т. д.

37. Закон Ома для неоднородного участка цепи

Рассмотрим ***неоднородный*** участок цепи 1–2, на котором присутствуют силы неэлектрического происхождения (*сторонние силы*).

Обозначим через Θ_{12} – ЭДС на участке 1–2; $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ – приложенную на концах участка разность потенциалов.

Если участок цепи 1–2 ***неподвижен***, то (по закону сохранения энергии) ***общая работа*** A_{12} сторонних и электростатических сил, совершаемая над носителями тока, равна теплоте Q, выделяющейся на участке.

Работа сил, совершаемая при перемещении заряда q_0:

$$A_{12} = q_0\Theta_{12} + q_0\Delta\varphi.$$

ЭДС Θ_{12}, как и сила тока I, – величина скалярная. Если ЭДС способствует движению положительных зарядов в выбранном направлении, то $\Theta_{12} > 0$, если препятствует, то $\Theta_{12} < 0$.

За время t в проводнике выделится теплота $Q = I^2Rt = IR(It) = IRq_0$.

Отсюда следует *закон Ома для неоднородного участка цепи в интегральной форме,* который является ***обобщенным законом Ома***:

$$IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \Theta_{12}$$

или

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \Theta_{12}}{R}.$$

Частные случаи.

1) Если на данном участке цепи источник тока ***отсутствует***, то мы получаем ***закон Ома для однородного участка цепи***:

$$I = \frac{U}{R}.$$

2) Если цепь ***замкнута*** ($\Delta\varphi = 0$), то получаем ***закон Ома для замкнутой цепи***:

$$I = \frac{\Theta}{R} = \frac{\Theta}{r_{\text{внутр}} + R_{\text{внеш}}},$$

где Θ – ЭДС, действующая в цепи;
R – суммарное сопротивление всей цепи;
$R_{\text{внеш}}$ – сопротивление внешней цепи;
$r_{\text{внутр}}$ – внутреннее сопротивление источника тока.

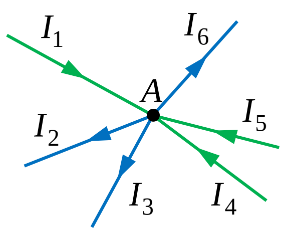
3) Если цепь ***разомкнута***, то $I = 0$ и $\Theta_{12} = \varphi_2 - \varphi_1$, т. е. *ЭДС, действующая в разомкнутой цепи равна разности потенциалов* на её концах.

4) В случае ***короткого замыкания*** сопротивление внешней цепи $R_{\text{внешн}} = 0$. Сила тока $I = \dfrac{\Theta}{r_{\text{внутр}}}$ в этом случае ограничивается только величиной внутреннего сопротивления источника тока.

38. Правила Кирхгофа для разветвлённых цепей

Узлом электрической цепи называется любая точка разветвления цепи, в которой сходится ***не менее трёх*** проводников с током. Ток, входящий в узел, считается *положительным*, а ток, выходящий из узла – *отрицательным*.

Первое правило Кирхгофа – алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю:

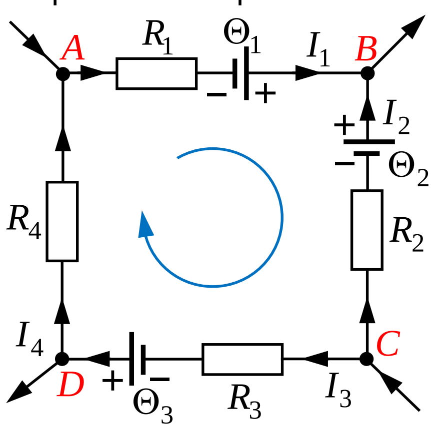


$$\sum_k I_k = 0 .$$

Например, для узла A на рисунке первое правило Кирхгофа:

$$I_1 - I_2 - I_3 + I_4 + I_5 - I_6 = 0 .$$

Второе правило Кирхгофа – в любом замкнутом контуре, произвольно выбранном в разветвлённой электрической цепи, алгебраическая сумма произведений сил токов I_i на сопротивление R_i соответствующих участков этого контура равна алгебраической сумме ЭДС Θ_k, встречающихся в этом контуре:



$$\sum_i I_i R_i = \sum_k \Theta_k .$$

Например, для обхода по часовой стрелке замкнутого контура *ABCDA* второе правило Кирхгофа имеет вид

$$I_1 R_1 - I_2 R_2 + I_3 R_3 + I_4 R_4 = \Theta_1 - \Theta_2 + \Theta_3 .$$

При расчёте сложных цепей с применением правил Кирхгофа ***необходимо***:

1. *Выбрать* произвольное *направление токов* на всех участках цепи; действительное направление токов определяется при решении задачи: если искомый ток получится положительным, то его направление было выбрано правильно, а если – отрицательным – его истинное направление противоположно выбранному.
2. *Выбрать направление обхода* контура и строго его придерживаться; произведение IR положительно, если ток на данном участке совпадает с направлением обхода. ЭДС, действующие по выбранному направлению обхода, считаются положительными, против – отрицательными.
3. *Составить столько уравнений*, чтобы их число было равно числу искомых величин (в систему уравнений должны входить все сопротивления и ЭДС рассматриваемой цепи); каждый рассматриваемый контур должен содержать хотя бы один элемент, не содержащийся в предыдущих контурах, чтобы не получались уравнения, которые являются простой комбинацией уже составленных уравнений.

Электрические токи в металлах, вакууме и газах

39. Электрические токи в металлах

Носителями электрического тока в металле являются свободные электроны.

При образовании кристаллической решётки электроны внешних оболочек атомов (валентные электроны) ***обобществляются*** и кристалл представляет собой решётку неподвижных ионов металла, между которыми хаотически движутся свободные электроны, образуя ***электронный газ***, обладающий свойствами идеального газа.

Согласно ***теории Друде-Лоренца***, электроны обладают той же энергией теплового движения, что и молекулы одноатомного газа. Средняя скорость теплового движения электронов:

$$\langle u \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_e}},$$

где $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – ***постоянная Больцмана***;

$m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг – масса электрона;

T – абсолютная (или термодинамическая) температура (в Кельвинах).

При комнатной температуре ($T = 300$ К) средняя скорость теплового движения электронов равна $\langle u \rangle = 1{,}1 \cdot 10^5$ м/с. Хаотическое тепловое движение электронов не может привести к возникновению тока.

При наложении внешнего электрического поля на металлический проводник в дополнение к ***хаотическому*** тепловому движению возникает ***упорядоченное*** движение электронов (электрический ток).

Даже при предельно допустимых значениях плотности тока, средняя скорость $\langle \upsilon \rangle$ упорядоченного движения электронов, обуславливающего электрический ток, значительно меньше их скорости теплового движения $\langle u \rangle$:

$$\langle \upsilon \rangle \ll \langle u \rangle.$$

40. Основные законы электрического тока в классической теории электропроводности металлов

Закон Ома.

Пусть в металлическом проводнике действует поле $E = \text{const}$. Под действием силы $F = eE$ заряд e движется равноускоренно с ускорением $a = \dfrac{eE}{m}$ и к концу свободного пробега приобретает скорость $\upsilon_{\max} = \dfrac{eE\langle t \rangle}{m}$.

Среднее время свободного пробега электронов $\langle t \rangle = \dfrac{\langle l \rangle}{\langle u \rangle}$ определяется средней длиной свободного пробега $\langle l \rangle$ и средней скоростью движения электронов относительно кристаллической решётки $\langle u \rangle + \langle \upsilon \rangle \cong \langle u \rangle$.

Средняя скорость направленного движения электронов:

$$\langle v\rangle = \frac{v_{\max}+0}{2} = \frac{eE\langle t\rangle}{2m} = \frac{eE\langle l\rangle}{2m\langle u\rangle}.$$

Плотность тока:

$$j = ne\langle v\rangle = \frac{ne^2\langle l\rangle}{2m\langle u\rangle}E = \gamma E,$$

где $\gamma = \frac{ne^2\langle l\rangle}{2m\langle u\rangle} =$ – удельная проводимость металла.

***Закон Джоуля-Ленца*.**

К концу свободного пробега электрон под действием поля приобретает дополнительную кинетическую энергию:

$$\langle E_K\rangle = \frac{mv_{\max}^2}{2} = \frac{e^2\langle l\rangle^2}{2m\langle u\rangle^2}E^2,$$

которая при соударении электрона с ионом полностью передаётся решётке.

Если n – концентрация электронов, то в единицу времени в единице объёма происходит $n\frac{\langle u\rangle}{\langle l\rangle}$ столкновений и решётке передаётся энергия:

$$w = n\frac{\langle u\rangle}{\langle l\rangle}\langle E_K\rangle = \frac{ne^2\langle l\rangle}{2m\langle u\rangle}E^2 = \gamma E^2.$$

***Закон Видемана-Франца*.**

Отношение теплопроводности λ к удельной проводимости γ для всех металлов при одной и той же температуре одинаково и увеличивается пропорционально температуре:

$$\frac{\lambda}{\gamma} = \beta T, \qquad \text{где } \beta = 3\left(\frac{k}{e}\right)^2.$$

<u>Трудности классической теории.</u>

1. Температурная зависимость сопротивления: $\langle u\rangle \sim \sqrt{T}$, $R \sim 1/\gamma$, следовательно, $R \sim \sqrt{T}$, что противоречит опытным данным, согласно которым $R \sim T$.
2. Оценка среднего пробега электронов. Чтобы получить величины удельной проводимости γ, совпадающие с опытными данными, следует принимать $\langle l\rangle$ в сотни раз больше межатомных расстояний в кристалле.
3. Теплоёмкость металла складывается из теплоёмкости кристаллической решётки и теплоёмкости электронного газа. Поэтому удельная (рассчитанная на один моль) теплоёмкость металла должна быть существенно выше теплоёмкости диэлектриков, у которых нет свободных электронов, что противоречит эксперименту.

Все эти трудности снимаются квантовой теорией.

41. Эмиссионные явления

Работа выхода электронов из металла – работа, которую нужно затратить для удаления электрона из металла в вакуум.

Работа выхода зависит от химической природы металлов и от чистоты их поверхности. Подобрав определённым образом покрытие поверхности, можно значительно изменить работу выхода.

Работа выхода выражается в ***электрон-вольтах*** (эВ): 1 эВ равен работе, которую совершают силы поля при перемещении элементарного электрического заряда между точками, разность потенциалов между которыми равна 1 В.

Так как $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, то 1 эВ = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Электронная эмиссия – явление испускания электронов из металлов при сообщении электронам энергии, равной или большей работы выхода.

1. ***Термоэлектронная эмиссия*** – это испускание электронов нагретыми металлами. Пример использования – электронные лампы.
2. ***Фотоэлектронная эмиссия*** – это эмиссия электронов из металла под действием электромагнитного излучения. Пример использования – фотодатчики.
3. ***Вторичная электронная эмиссия*** – это испускание электронов поверхностью металлов, полупроводников или диэлектриков при бомбардировке их пучком электронов. Отношение числа вторичных электронов n_2 к числу первичных n_1, вызвавших эмиссию, называется *коэффициентом вторичной электронной эмиссии* $\delta = n_2 / n_1$. Пример использования – фотоэлектронные умножители.
4. ***Автоэлектронная эмиссия*** – это эмиссия электронов с поверхности металлов под действием сильного внешнего электрического поля.

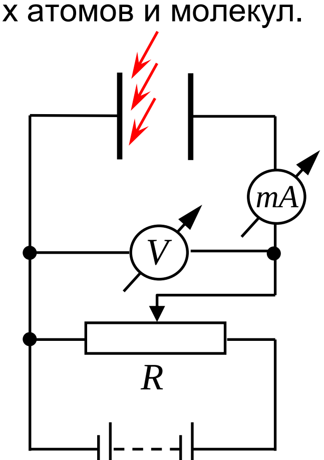
42. Газовые разряды

Под действием ***ионизатора*** (сильный нагрев, жёсткое излучение, потоки частиц) нейтральные молекулы (атомы) газа расщепляются на ионы и свободные электроны – происходит ***ионизация*** газа.

Энергия ионизации – это энергия, которую надо затратить, чтобы из молекулы (атома) выбить один электрон.

Рекомбинацией *называется процесс обратный ионизации*: положительные и отрицательные ионы, положительные ионы и электроны, встречаясь, воссоединяются между собой с образованием нейтральных атомов и молекул.

Прохождение электрического тока через ионизированный газ называется ***газовым разрядом***.

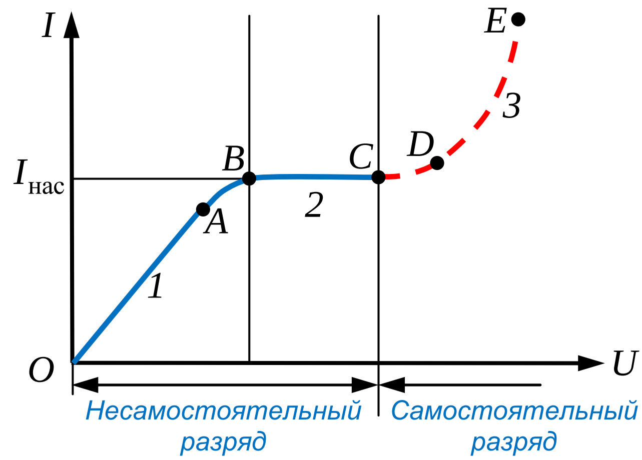


Разряд, существующий только под действием внешних ионизаторов, называется ***несамостоятельным газовым разрядом.***

Разряд в газе, сохраняющийся после прекращения действия внешнего ионизатора, называется ***самостоятельным газовым разрядом.***

Рассмотрим цепь, содержащую газовый промежуток (см. рисунок), подвергающийся непрерывному, постоянному по интенсивности воздействию ионизатора.

В результате действия ионизатора газ приобретает некоторую электропроводность и в цепи потечёт ток, зависимость которого от приложенного напряжения (***вольт-амперная характеристика***) представлена на следующем рисунке.



На участке OA выполняется закон Ома. Затем (участок AB) рост силы тока замедляется, а затем (участок BC) прекращается совсем. В этом случае число ионов и электронов, создаваемых внешним ионизатором равно числу ионов и электронов достигающих электродов (и нейтрализующихся на электродах). Ток $I_{нас}$, соответствующий участку BC называется ***током насыщения*** и его величина определяется мощностью ионизатора.

При увеличении напряжения, первичные электроны (созданные ионизатором), ускоренные электрическим полем, в свою очередь начинают ударно ионизовать молекулы газа, образуя вторичные электроны и ионы. Общее количество электронов и ионов будет возрастать по мере приближения электронов к аноду лавинообразно. Это является причиной увеличения тока на участке CD. Описанный процесс называется ***ударной ионизацией***.

И, наконец, при значительных напряжениях между электродами газового промежутка положительные ионы, ускоренные электрическим полем, также приобретают энергию, достаточную для ионизации молекул газа, что порождает ионные лавины. Когда возникают кроме электронных лавин ещё и ионные, сила тока растёт уже практически без увеличения напряжения (участок DE).

Лавинообразное размножение электронов и ионов приводит к тому, что разряд становится самостоятельным, т. е. сохраняется после прекращения действия внешнего ионизатора. Напряжение, при котором возникает самостоятельный газовый разряд, называется ***напряжением пробоя***.

В зависимости от давления газа, конфигурации электродов, параметров внешней цепи можно говорить о ***четырёх*** типах самостоятельного разряда.

1. ***Тлеющий разряд*** – возникает при низком давлении.
2. ***Искровой разряд*** – возникает при большой напряжённости электрического поля в газе, находящимся под давлением порядка атмосферного.
3. ***Дуговой разряд*** – возникает: а) если после зажигания искрового разряда от мощного источника постепенно уменьшать расстояние между электродами; б) минуя стадию искры, если электроды (например, угольные) сблизить до соприкосновения, а потом развести.
4. ***Коронный разряд*** – возникает при высоком давлении в резко неоднородном поле вблизи электродов с большой кривизной поверхности.

Для возникновения самостоятельного газового разряда ***необходимо***, чтобы ***концентрация*** и ***энергия*** вторичных ионов и электронов, образовавшихся под действием ионизатора, были достаточны для ***лавинного размножения*** носителей (число вторичных носителей должно превышать число носителей, покидающих газовый разряд вследствие рекомбинации или нейтрализации на поверхностях, окружающих газовый разряд).

Содержание