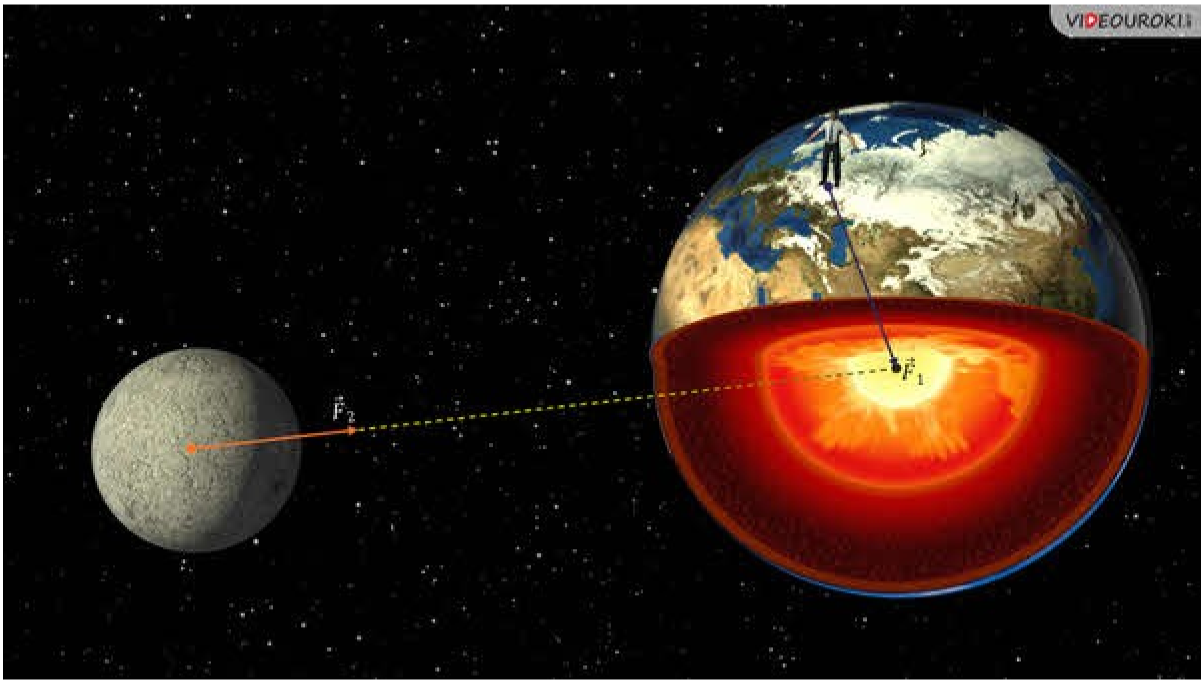
Конспект урока "Движение небесных тел под действием сил тяготения"

К середине XVII века завершился описательный период изучения движения планет и была выявлена кинематика их движения (то есть был найден ответ на вопрос «Как движутся планеты?»). Но динамика движения планет всё ещё оставалась загадкой. В частности, возникли новые вопросы. Во-первых, почему планеты движутся, что их заставляет обращаться вокруг Солнца? А во-вторых, почему наша планетная система является устойчивой?

Чтобы найти ответы на эти вопросы, вспомним, что любое материальное тело, если оно ничем не поддерживается, падает её на поверхность. И пока наша планета считалась центральным телом мироздания, проявление силы тяжести рассматривалось лишь как земное явление. Однако открытия Коперника и его последователей показали, что Земля — это обычная планета, которая движется вокруг Солнца точно так же, как и другие планеты. В связи с этим некоторые учёные выдвинули предположение о том, что сила тяжести присуща не только Земле, но и другим небесным телам.

После появления гелиоцентрической системы мира и законов Кеплера, а также закона инерции Галилея, учёными была сформулирована важная механическая задача о построении траектории планеты.

Первым, кто попытался её решить, был Роберт Гук. В основе его решения лежало три предположения. Первое заключалось в том, что сила притяжения небесных тел направлена к их центру. При этом будут притягиваться не только части небесного тела, но и другие небесные тела, находящиеся в сфере действия силы.



Второе предположение вытекало из закона инерции Галилея: любое тело, участвующее в прямолинейном движении, будет двигаться по прямой до тех пор, пока не отклонится в своём движении другой действующей силой и не будет вынуждено описывать круг, эллипс или другую сложную траекторию.

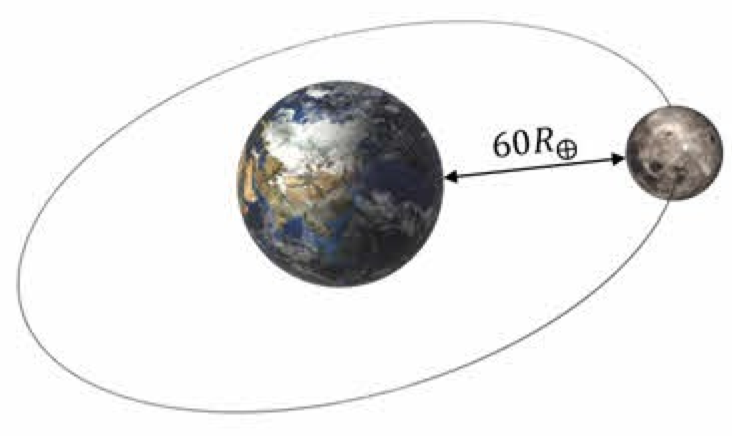
И наконец, Гук предположил, что силы притяжения действуют тем больше, чем ближе тело, на которое они действуют, к центру притяжения.

Спустя десять лет английский астроном Эдмунд Галлей показал, что сила притяжения убывает пропорционально квадрату расстояния:

$$F \sim \frac{1}{r^2}.$$

Все казалось предугаданным. Но механическая задача не была решена, поскольку учёным не хватало понятия массы и законов динамики, хотя они уже и были сформулированы Ньютоном. Невиданная способность выделять в сложности явлений физическую основу и математический гений Ньютона позволили ему решить эту задачу до конца.

Всем известна легенда о Ньютоне, яблоке и Луне. Но в её основе и скрыт гений Ньютона. Он размышлял примерно так: раз сила притяжения убывает пропорционально квадрату расстояния, то Луна, находящаяся от Земли на расстоянии примерно в 60 её радиусов, должна испытывать ускорение в 3600 раз меньше, чем ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли.



Если принять его равным 9,8 м/с^2, то ускорение, которое сообщает Земля Луне, должно быть около 0,0027 м/с^2.

С другой стороны, Луна, как и любое тело, движущееся по окружности, обладает ускорением, равным $a = \omega^2 r$.

Если принять период обращения Луны вокруг Земли — 27,32 сут, а радиус Земли, равным 6400 км = $3{,}84 \cdot 10^8$ м, то орбитальное ускорение Луны составит примерно те же 0,0027 м/с^2.

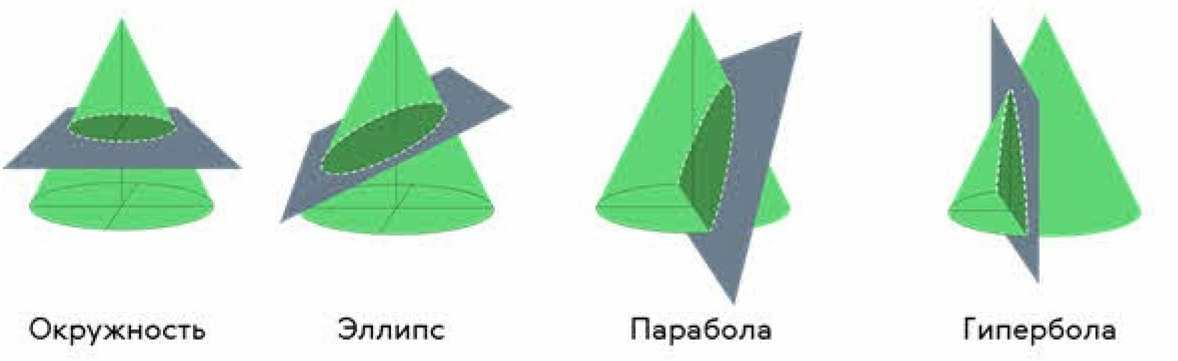
О чём нам говорит равенство этих двух величин? Правильно, о том, что сила, удерживающая Луну на орбите, — это есть сила земного притяжения, только ослабленная в 3600 раз, по сравнению с действующей у поверхности нашей планеты.

Окончательно закон всемирного тяготения был опубликован Ньютоном в 1687 году. Напомним, что согласно этому закону, любые два тела притягивают друг друга силами, прямо пропорциональными произведению масс этих тел и обратно пропорциональными квадрату расстояния между ними:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

Коэффициент пропорциональности G называют **гравитационной постоянной.**

Открытый Исааком Ньютоном закон всемирного тяготения не только позволил математически доказать кеплеровские законы, но и расширить их. В частности, Ньютон показал, что движение одного небесного тела в поле тяготения другого небесного тела происходит по одному из конических сечений: окружности, эллипсу, параболе или гиперболе:



Этот закон назвали **первым обобщённым законом Кеплера.**

Кстати, законы Кеплера строго выполняются только в случае рассмотрения движения двух изолированных тел, например Солнца и планеты, под действием их взаимного притяжения. Такое движение в астрономии называется **невозмущённым.**

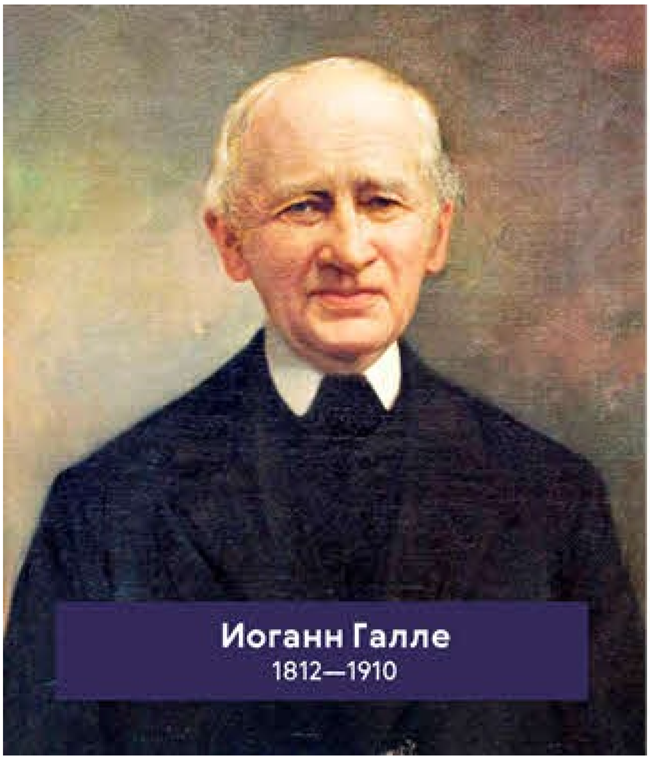
Но вы знаете, что в нашей системе только больших планет 8. А ещё существуют карликовые планеты, а также множество малых планет, астероидов и комет. И все они взаимодействуют не только с Солнцем, но и друг с другом посредством сил всемирного тяготения. Поэтому реальное движение небесных тел не подчиняется законам Кеплера.

Отклонение в движении тел от законов Кеплера называется **возмущениями**. А реальное движение тел — **возмущённым движением** или **претурбациями.**

Однако эти возмущения невелики, так как масса Солнца во много раз превосходит массу всех тел солнечной системы вместе взятых. А самые большие возмущения в движение небесных тел вносит Юпитер, который более чем в 300 раз тяжелее Земли. Особенно заметны отклонения астероидов и комет при их прохождении вблизи данной планеты.

И хотя возмущения для крупных объектов не велики, их анализ позволяет довольно точно рассчитать массу и положение возмущающего тела. Самым ярким примером этому в истории астрономии стало открытие планеты Нептун на основе анализа возмущений, проявлявшихся в движении Урана.

Уран был открыт Уильямом Гершелем в 1781 году. Однако спустя полвека наблюдений было замечено, что движение Урана не согласуется с расчётным, даже при учёте возмущений всех известных к тому времени планет. Это дало основания предполагать, что за орбитой Урана должна существовать ещё одна крупная планета. На основе этого предположения была вычислена её орбита и определено положение на небе. 23 сентября 1846 года Иоганн Галле обнаружил восьмую планету Солнечной системы примерно в том месте, на которое указывали расчёты.

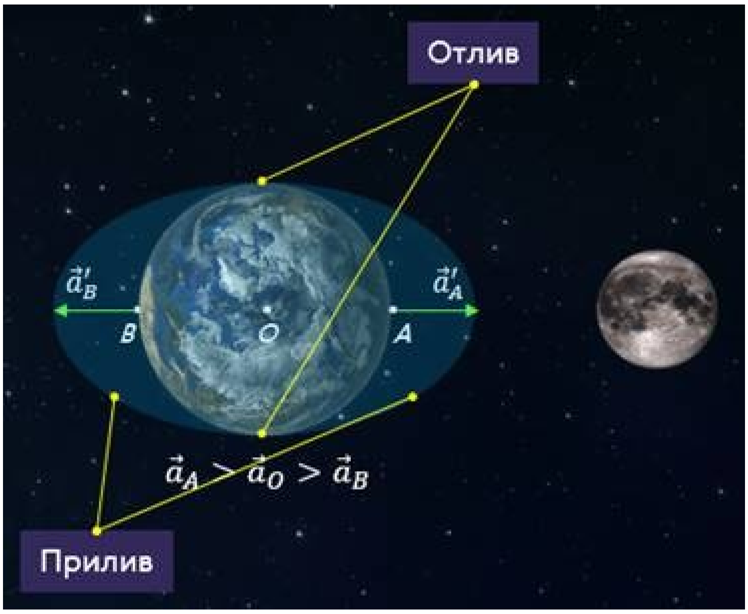


Согласно фразе Доминика Араго, ставшей крылатой, Нептун — это «планета, открытая на кончике пера».

Ещё одним примером проявления возмущающей силы являются **приливы и отливы.** Эти два явления, известные человечеству с незапамятных времён, получили объяснения лишь на основе закона всемирного тяготения. Чтобы понять, почему наблюдаются приливы и отливы, рассмотрим простую ситуацию: есть Земля, Луна и три точки, две — находятся на поверхности Земли, а третья — в её центре. Луна под действием силы своего притяжения будет сообщать этим точкам ускорение. Но так как они расположены на разном расстоянии от неё, то приобретаемые ими ускорения будут различны.

Разность ускорений, вызываемых притяжением другого тела в данной точке и в центре планеты, называется **прили́вным ускорением.**

Прили́вные ускорения в точках *A* и *B* направлены от центра Земли. Вследствие этого оболочки Земли, и в первую очередь водная, вытягиваются в обе стороны по линии, которая соединяет центры Луны и Земли. Иными словами, в этих местах на планете наблюдается прилив. А вдоль круга, плоскость которого перпендикулярна этой линии, на Земле происходит отлив.



Из-за суточного вращения Земли и вследствие тяготения Луны между огромными массами воды, участвующей в приливных явлениях, и дном океана возникает приливное трение. Оно тормозит вращение Земли и вызывает увеличение продолжительности суток на 0,0014 секунды за 100 лет. Тот же эффект затормозил вращение Луны, и теперь она обращена к нам одной стороной.

Одной из важнейших характеристик небесного тела является его масса. Закон всемирного тяготения позволяет определять массу небесных тел, в том числе и массу Земли. Из физики вам известно, что на тело вблизи поверхности Земли действует сила тяжести

$$\vec{F} = m\vec{g}.$$

Если тело движется только под действием силы тяжести, то, зная значение ускорения свободного падения и используя закон всемирного тяготения, можно получить формулу для определения массы нашей планеты:

$$M = \frac{gR_{\oplus}^2}{G}.$$

Подставив в неё известные значения величин и проведя простые вычисления, получим, что масса Земли примерно равна $6 \cdot 10^{24}$ килограммам.

Таким образом, зная радиус небесного тела и ускорение свободного падения на нём, можно определить и его массу.

Однако, согласитесь, очень трудно, а порой и невозможно, напрямую рассчитать ускорение свободного падения вблизи поверхности какой-нибудь планеты. Но есть ещё один способ. Рассмотрим его. Итак, пусть у нас есть два тела, взаимодействующих друг с другом силами тяготения и обращающиеся вокруг общего центра масс на известных расстояниях от него с периодом *T*.

T — период обращения тел.

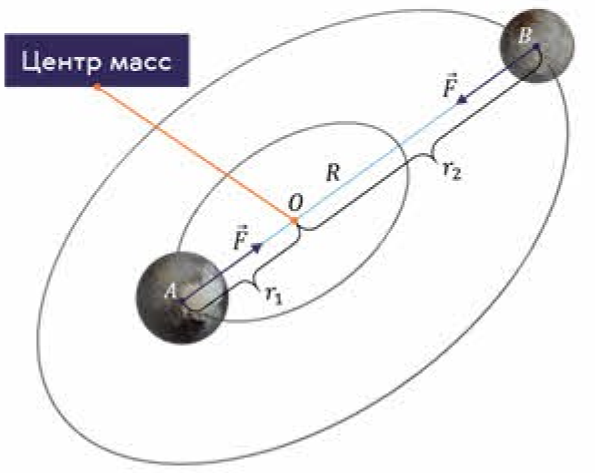
$R = r_1 + r_2$ — расстояние между центрами взаимодействующих тел.

Ускорения тел: $a_1 = \omega^2 r_1 = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r_1 = G\frac{m_2}{R^2}$;

$$a_2 = \omega^2 r_2 = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r_2 = G\frac{m_1}{R^2}.$$

Закон всемирного тяготения: $F = G\frac{m_1 m_2}{R^2}$.

Второй закон Ньютона: $F = m_1 a_1$; $F = m_2 a_2$.



$$r_1 + r_2 = \frac{GT^2}{4\pi^2 R^2}(m_2 + m_1) = R$$

$$\frac{T^2(m_2 + m_1)}{R^3} = \frac{G}{4\pi^2} \Rightarrow \frac{T_1^2(M_1 + m_1)}{T_2^2(M_2 + m_2)} = \frac{r_1^3}{r_2^3}$$

$$\boldsymbol{\frac{T_1^2(M_1 + m_1)}{T_2^2(M_2 + m_2)} = \frac{a_1^3}{a_2^3}}.$$

Записанную формулу называют **третьим обобщённым законом Кеплера:** квадраты сидерических периодов спутников, умноженные на сумму масс главного тела и спутника, относятся как кубы больших полуосей орбит спутников.

Для примера давайте с вами определим массу нашей звезды (в массах Земли), если известно среднее расстояние от Земли до Солнца и от Земли до Луны, а также периоды обращения Земли вокруг Солнца и Луны вокруг Земли.

ДАНО

$a_\oplus = 150 \cdot 10^6$ км

$T_\oplus = 365$ сут

$a_☾ = 384 \cdot 10^3$ км

$T_☾ = 27{,}3$ сут

$M_\odot = ?$

РЕШЕНИЕ

Третий обобщённый закон Кеплера: $\frac{T_\oplus^2(M_\odot + m_\oplus)}{T_☾^2(M_\oplus + m_☾)} = \frac{a_\oplus^3}{a_☾^3}$.

Так как $m_\oplus \ll M_\odot$ и $m_☾ \ll M_\oplus$, то

$$\frac{T_\oplus^2 M_\odot}{T_☾^2 M_\oplus} = \frac{a_\oplus^3}{a_☾^3} \Rightarrow M_\odot = \frac{a_\oplus^3 T_☾^2}{a_☾^3 T_\oplus^2} M_\oplus.$$

$$M_\odot = \frac{(150 \cdot 10^6 \text{ км})^3 \cdot (27{,}3 \text{ сут})^2}{(384 \cdot 10^3 \text{ км})^3 \cdot (365 \text{ сут})^2} M_\oplus \cong 333\,000 M_\oplus.$$

ОТВЕТ: масса Солнца примерно в 333 000 раз больше массы Земли.

0
14548